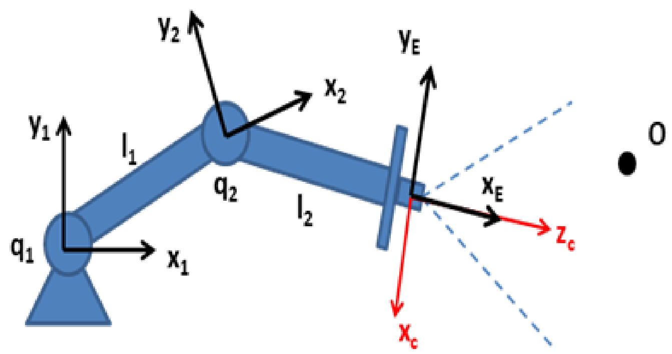
ΑΣΚΗΣΗ 1:

Δίνεται ο ρομποτικός βραχίονας 2 βαθμών ελευθερίας (R-R) του διπλανού σχήματος. Στο τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα είναι τοποθετημένη κάμερα. Τα πλαίσια των αρθρώσεων [1], [2], του τελικού στοιχείου δράσης [E] και της κάμερας [C] φαίνονται στο σχήμα. Σημείο O στο χώρο βρίσκεται εντός του οπτικού πεδίου της κάμερας σε κατακόρυφη απόσταση ${}^{C}Z_o$ και προβάλλεται στη θέση (u_o, v_o) σε pixels.



Ζητείται:

Να σχεδιαστεί νόμος ελέγχου **στο πεδίο της εικόνας και στο χώρο αρθρώσεων** του βραχίονα, για την οδήγηση του σημείου O στη θέση O*(520, 280) pixels. Ποια η τιμή των γωνιακών ταχυτήτων των αρθρώσεων $\dot{q}_1, \dot{q}_2$ που αρχικά υπολογίζει ο νόμος ελέγχου για το δεδομένο σφάλμα και κέρδος λ=1;

Δίνεται:

- $l_1 = l_2 = 0.4m$ τα μήκη των συνδέσμων του βραχίονα
- $q_1 = 45^o, q_2 = -25^0$ οι αρχικές γωνίες των αρθρώσεων
- ${}^{C}Z_o = 1.25m$, $(u_o, v_o) = (520, 410)$ pixels
- Η κάμερα έχει ανάλυση 1024x768 (πλάτος, ύψος) και εστιακές αποστάσεις $\alpha_x = \alpha_y = 630$, σε pixels.

ΛΥΣΗ:

$$x_o = \frac{u_o - c_u}{a_x} = \frac{520-512}{630} = 0.0127$$

$$y_o = \frac{v_o - c_v}{a_y} = \frac{410-384}{630} = 0.0413$$

$$s = [x_o \quad y_o]^T = [0.0127 \quad 0.0413]^T$$

$$L_e = L_s = \begin{bmatrix} -\frac{1}{{}^{c}Z_o} & 0 & \frac{x_o}{{}^{c}Z_o} & x_o y_o & -(1+x_o^2) & y_o \\ 0 & -\frac{1}{{}^{c}Z_o} & \frac{y_o}{{}^{c}Z_o} & 1+y_o^2 & -x_o y_o & -x_o \end{bmatrix}$$

$$L_e = L_s = \begin{bmatrix} -0.8 & 0 & 0.0102 & 0.0005 & -1.0002 & 0.0413 \\ 0 & -0.8 & 0.0330 & 1.0017 & -0.0005 & -0.0127 \end{bmatrix}$$

$$x_{o^*} = \frac{u_{o^*} - c_u}{a_x} = \frac{520-512}{630} = 0.0127$$

$$y_{o^*} = \frac{v_{o^*} - c_v}{a_y} = \frac{280-384}{630} = -0.1651$$

$$s^* = \begin{bmatrix} x_{o^*} & y_{o^*} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0.0127 & -0.1651 \end{bmatrix}^T$$

$$e = s - s^* = \begin{bmatrix} 0.0127 & 0.0413 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 0.0127 & -0.1651 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0.2063 \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{q} = -\lambda J_e^{\dagger} e, \lambda = 1$$

$$J_e = J_s = L_s\, {}^E V_C J(q)$$

$${}^E V_C = \begin{bmatrix} {}^E R_C & \left[{}^E t_c\right]_x {}^E R_C \\ O_{3x3} & {}^E R_C \end{bmatrix}$$

$${}^E t_c = [0 \quad 0 \quad 0]^T \Rightarrow \left[{}^E t_c\right]_x = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} = O_{3x3}$$

$${}^E R_C = {}^C R_E = \left[R_z(90^o) R_y(-90^o) R_x(0^o) \right]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^E V_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J(q_1, q_2) = \begin{bmatrix} -\left(l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2)\right) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4197 & -0.1368 \\ 0.6587 & 0.3759 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_e = \begin{bmatrix} -0.0062 & -0.0033 \\ 0.6442 & 0.8798 \end{bmatrix}, \quad J_e^{\dagger} = \begin{bmatrix} -266.2750 & -0.9970 \\ 194.9697 & 1.8666 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2057 \\ -0.3852 \end{bmatrix} rad/s$$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

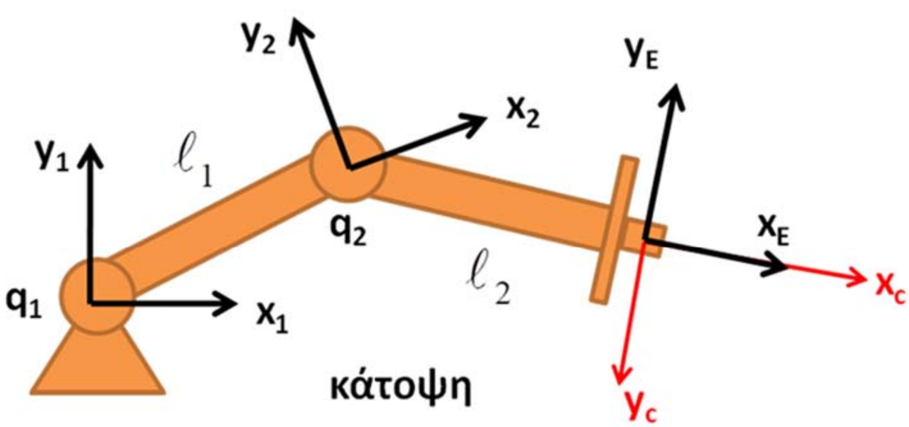
Δίνεται ρομποτικός βραχίονας 2 β.ε στο επίπεδο με μήκη $\ell_1 = 0.5\,m, \ell_2 = 0.5\,m$ και αρχικές γωνίες των αρθρώσεων $q_1 = 45^o$, $q_2 = -45^o$. Στο τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα βρίσκεται τοποθετημένη κάμερα με το πλαίσιό της [C] όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο χώρο και εντός του οπτικού πεδίου της κάμερας βρίσκεται αντικείμενο με πλαίσιο [O], τοποθετημένο στο κέντρο του.

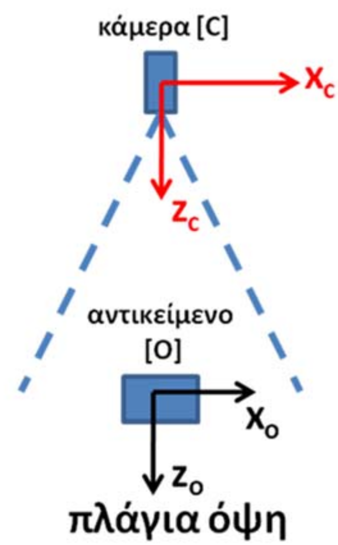
Δίνεται:

- ${}^{c}t_o = \begin{bmatrix} -0.2667 & 0.0381 & 1.5 \end{bmatrix}^T$ το διάνυσμα θέσης από το πλαίσιο του αντικειμένου [O], στο πλαίσιο της κάμερας [C].
- Το πλαίσιο [C] είναι στραμμένο 10^o **μόνο γύρω από τον z-άξονα** ως προς το πλαίσιο του αντικειμένου [O].

Ζητείται:

Να σχεδιαστεί νόμος ελέγχου του ρομποτικού βραχίονα με χρήση οπτικής ανατροφοδότησης στο πεδίο της κάμερας (position based visual servoing) και στο χώρο των αρθρώσεων, για την τοποθέτηση της κάμερας απέναντι στο αντικείμενο με τα πλαίσια [C], [O] πλήρως ευθυγραμμισμένα μεταξύ τους και σε κατακόρυφη απόσταση ${}^{c^*}Z_o = 1.5m$. Ποια η τιμή των γωνιακών ταχυτήτων των αρθρώσεων $\dot{q}_1, \dot{q}_2$ που αρχικά υπολογίζει ο νόμος ελέγχου για το δεδομένο σφάλμα και κέρδος λ=1;





ΛΥΣΗ

$\theta\mathbf{u} = 0.1745\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T, \quad (10^o\ z-axis)$

$^c t_o = \begin{bmatrix}-0.2667 & 0.0381 & 1.5\end{bmatrix}^T$

$s = \begin{bmatrix}^c t_o & \theta\mathbf{u}\end{bmatrix}^T$

$s = \begin{bmatrix}-0.2667 & 0.0381 & 1.5 & 0 & 0 & 0.1745\end{bmatrix}^T$

$s^* = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1.5 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$

$$[u]_\times = \begin{bmatrix}0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0\end{bmatrix}$$

$$[u]_\times = \begin{bmatrix}0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\left[{}^o t_c\right]_\times = \begin{bmatrix}0 & -{}^o t_{c_z} & {}^o t_{c_y} \\ {}^o t_{c_z} & 0 & -{}^o t_{c_x} \\ -{}^o t_{c_y} & {}^o t_{c_x} & 0\end{bmatrix}$$

$$\left[{}^o t_c\right]_\times = \begin{bmatrix}0 & -1.5 & 0.0381 \\ 1.5 & 0 & 0.2667 \\ -0.0381 & -0.2667 & 0\end{bmatrix}$$

$$L_{\theta u} = I_{3x3} - \frac{\theta}{2}[u]_\times + \left(1 - \frac{\sin c(\theta)}{\sin^2 c\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)[u]_\times^2$$

$$L_{\theta u} = \begin{bmatrix}0.9975 & 0.0873 & 0 \\ -0.0873 & 0.9975 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$L_e = \begin{bmatrix}-I_{3x3} & \left[{}^o t_c\right]_\times \\ O_{3x3} & L_{\theta u}\end{bmatrix}$$

$$L_e = \begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0 & -1.5 & 0.0381 \\ 0 & -1 & 0 & 1.5 & 0 & 0.2667 \\ 0 & 0 & -1 & -0.0381 & -0.2667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9975 & 0.0873 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0873 & 0.9975 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$J\left(q_1,q_2\right)=\begin{bmatrix} -\left(l_1\sin q_1+l_2\sin\left(q_1+q_2\right)\right) & -l_2\sin\left(q_1+q_2\right) \\ l_1\cos q_1+l_2\cos\left(q_1+q_2\right) & l_2\cos\left(q_1+q_2\right) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0.3536 & 0 \\ 0.8536 & 0.5 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{E}R_c=[^{C}R_E]^T=[rot_x\left(180^o\right)]^T=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$^{E}t_c=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$^{E}V_C=\begin{bmatrix} ^{E}R_c & \left[^{E}t_c\right]_\times {}^{E}R_c \\ O_{3x3} & ^{E}R_c \end{bmatrix}$$

$$^{E}V_C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$J_s=L_e\,^{E}V_C J$$

$$J_s=\begin{bmatrix} 0.3155 & -0.0381 \\ 0.5869 & 0.2333 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$J_s^\dagger=\left(J_s^T J_s\right)^{-1} J_s^T$$

$$J_s^\dagger=\begin{bmatrix} 1.4503 & 1.3781 & 0 & 0 & 0 & 0.2662 \\ -1.5812 & -1.2472 & 0 & 0 & 0 & -1.2307 \end{bmatrix}$$

$$\dot{q}=-\lambda J_s^\dagger e$$

$$\lambda=1$$

$$\dot{q}=\begin{bmatrix} 0.2878 \\ -0.1594 \end{bmatrix} rad\,/\,s$$