«Συγκεντρωτικός» Έλεγχος Ρομποτικών Βραχιόνων

Κ.Ι.Κυριακόπουλος

Συγκεντρωτικός Έλεγχος: Γιατί?

- Τα μεχρι τουδε εξετασθέντα **αποκεντρωμένα σχήματα ελέγχου**
  - αντιμετωπίζουν το μη-γραμμικό δυναμικό μοντέλλο του βραχίονα ως «διαταραχή» η οποία «απορριπτεται» κατάλληλα μέσω καταλληλης επιλογής των παραμέτρων του ελεγκτή σταθερών όρων.
  - Ειναι ευκόλως υλοποιήσιμα μεν, αλλά κατάλληλα μονο για $\dot{q}, \ddot{q} <<$
- Όταν $\dot{q}, \ddot{q} >>$ (ή αν έχουμε βραχίοντα απευθείας επενέργησης) τότε οι μη-γραμμικοί όροι αλληλεπίδρασης

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{F}_v\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$$

  ΔΕΝ μπορούνα να θεωρηθούν απλά ως «διαταραχή» γιατι επηρεάζουν σημαντικά την συμπεριφορά του συστήματος
- Κατα συνέπεια υπάρχει ανάγκη για άμεση αντιστάθμιση των μη γραμμικών όρων δηλ. απαιτείται ανάγκη χρήσης του **πλήρους δυναμικού μοντέλλου** του ρομποτικού βραχίονα. Αυτό οδηγεί στην ανάγκη ….
- «Συγκεντρωτικού Ελέγχου» (Centralized Control)

Συγκεντρωτικός Έλεγχος: Έλεγχος Αντίστροφης Δυναμικής (Inverse Dynamics Control)

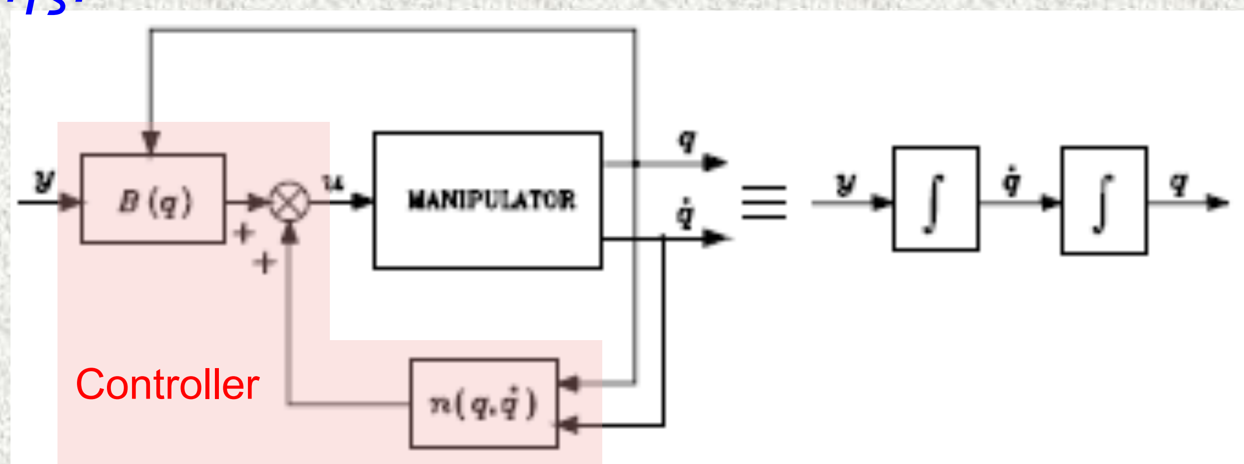
- Ρομποτική Δυναμική $B(q)\ddot{q} + \underbrace{C(q,\dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + g(q)}_{} = \tau$
- ή σε συμπτυγμένη μορφή $\boxed{B(q)\ddot{q} + n(q,\dot{q}) = u,}$
  - όπου $n(q,\dot{q}) = C(q,\dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q).$
- Αν θεωρήσουμε έλεγχο της μορφής

$$u = B(q)y + n(q,\dot{q}),$$

$$\boxed{\ddot{q} = y}$$

Δεν αναφερομαστε σε «Ελεγχο Αλληλεπίδρασης» εδω...

- Πως οδηγηθήκαμε σε αυτό το συμπέρασμα ?
- **<u>Result</u>**: Κατ΄ουσίαν, «γραμμικοποιήσαμε» το (μη γραμμικό) σύστημα του βραχίονα μέσω ενός νόμου ελέγχου *μη-γραμμικής ανάδρασης κατάστασης.*



Συγκεντρωτικός Έλεγχος: Έλεγχος Αντίστροφης Δυναμικής

- Επιλέγοντας $\boxed{\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{K}_P \boldsymbol{q} - \boldsymbol{K}_D \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{r}}$ στην $\boxed{\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{y}}$ λαμβάνουμε την σχεση….

$$\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}_D \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}_P \boldsymbol{q} = \boldsymbol{r}$$

- Δεδομένης μιάς επιθυμητής τροχιάς $q_d(t)$ (και των αντίστοιχων παραγώγων $\dot{q}_d(t), \ddot{q}_d(t)$) επιλέγουμε:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = \ddot{\boldsymbol{q}}_d + \boldsymbol{K}_D \dot{\boldsymbol{q}}_d + \boldsymbol{K}_P \boldsymbol{q}_d.}$$

- εξίσωση κλειστου βρόχου

$$\boxed{\ddot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{K}_D \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{K}_P \tilde{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{0}}$$

  – όπου $\tilde{q}(t) \triangleq q_d(t) - q(t)$
- Αν επιλέξουμε κατάλληλα

$$\boldsymbol{K}_P = \mathrm{diag}\{\omega_{n1}^2, \ldots, \omega_{nn}^2\} > 0 \qquad \boldsymbol{K}_D = \mathrm{diag}\{2\zeta_1\omega_{n1}, \ldots, 2\zeta_n\omega_{nn}\} > 0$$

- Εξασφαλίζουμε
  – πλήρη ευστάθεια $\tilde{q}(t) = q_d(t) - q(t) \to 0$ $\quad \dot{\tilde{q}}(t) \to 0$(δηλ. παρακολούθηση τροχιάς)
  – κατάλληλη μεταβατική απόκριση

Συγκεντρωτικός Έλεγχος: Έλεγχος Αντίστροφης Δυναμικής

- Αν επαναθεωρήσουμε όλα τα τμήματα του αναπτυχθέντος νόμου ελέγχου

$$\boxed{u = B(q)y + n(q,\dot{q}),}$$

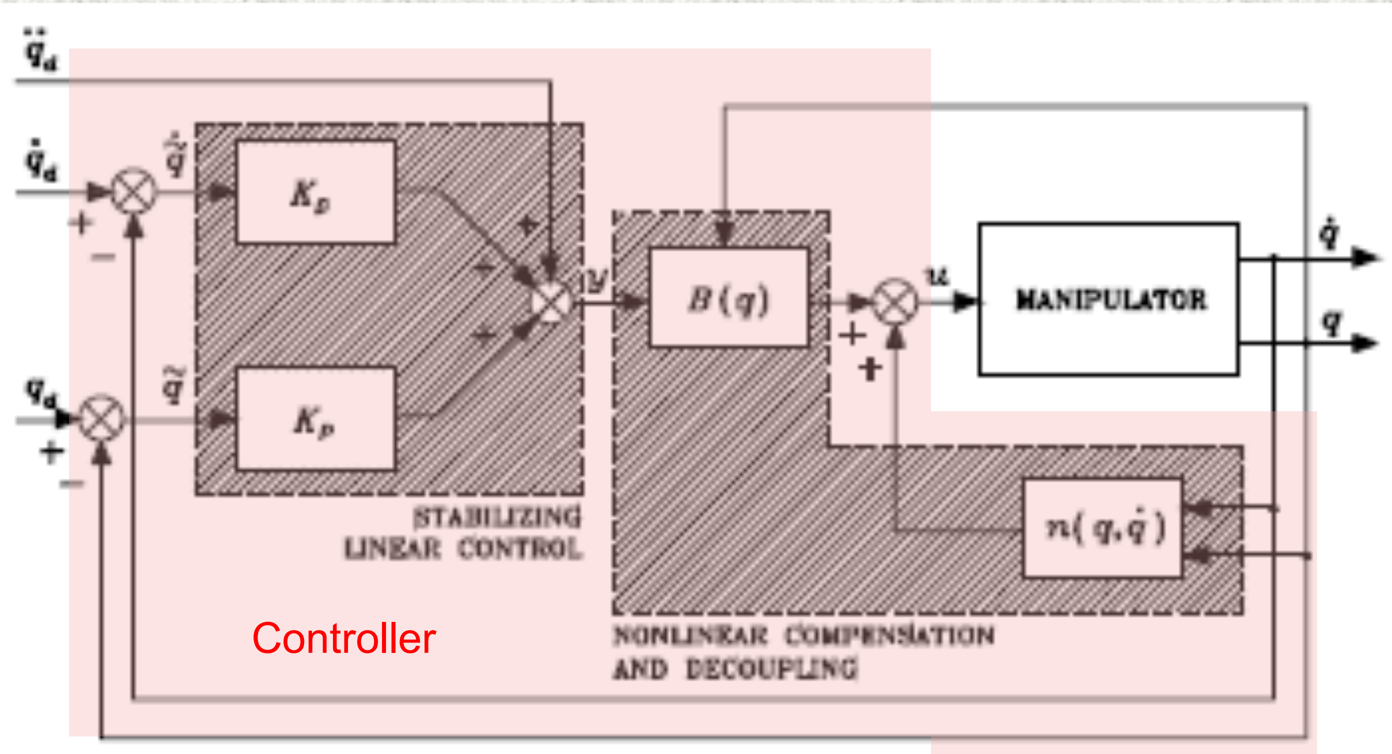
$$\boxed{y = -K_P q - K_D \dot{q} + r}$$

$$\boxed{r = \ddot{q}_d + K_D \dot{q}_d + K_P q_d.}$$

$$u = B(q)\cdot\left[\ddot{q}_d + K_D\cdot(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_P\cdot(q_d - q)\right] + C(q,\dot{q})\cdot\dot{q} + F_\upsilon\cdot\dot{q} + g(q)$$

<u>Ζητήματα</u>:

- On-line υπολογισμός των πινάκων Αδράνειας, Coriolis, κλπ
- Ακριβής γνώση των παραμέτρων των μη-γραμμικών όρων (Αναγνώριση, Ευρωστία)?
- Απλούστερες μορφές?



Έλεγχος Λειτουργικού Χώρου (Operational Space Control)

- Προδιαγραφές Κίνησης: συνήθως δίδονται στον λειτουργικό χώρο. Επομένως:
  - Λύση: **Αντίστροφη Κινηματική** (για θέση, ταχύτητα, επιτάχυνση)
  - Υπολογιστικό φορτίο....
- Εναλλακτικά: Ανάπτυξη νόμου ελέγχου στον Λειτουργικό Χώρο

– Υπολογιστικό φορτίο: Πρέπει να συγκριθεί με το ανάλογο της περίπτωσης του νόμου ελέγχου σε χώρο αρθρώσεων ...

Έλεγχος Λειτουργικού Χώρου: Έλεγχος Αντίστροφης Δυναμικής

- Δεδομένης μίας επιθυμητής σταθερής «πόζας» x_d (διάνυσμα θέσης & προσανατολισμού) του ακροδέκτη, να ευρεθεί ο νόμος ελέγχου έτσι ώστε $\tilde{x}(t) \triangleq x_d(t) - x_e(t) \to 0$
- όπου x_e είναι το διανυσμα της «πόζας» του ακροδέκτη.
- Υπενθύμιση: $\dot{x}_e = J_A(q) \cdot \dot{q}$ $\qquad \ddot{x}_e = J_A(q) \cdot \ddot{q} + \dot{J}_A(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}$
- και επειδή $\tilde{x} = x_d - x_e \Rightarrow \dot{\tilde{x}} = \dot{x}_d - \dot{x}_e \Rightarrow \ddot{\tilde{x}} = \ddot{x}_d - \ddot{x}_e$

$$\boxed{\ddot{\tilde{x}} = \ddot{x}_d - J_A(q) \cdot \ddot{q} - \dot{J}_A(q, \dot{q}) \cdot \dot{q}}$$

- Δεδομένης της επιθυμίας μας για ευσταθή απόκριση μπορούμε να επιλέξουμε τα $K_P > 0,\ K_D > 0$ ώστε να οδηγηθεί το σφάλμα στο μηδέν και με επιθυμητή μεταβατική απόκριση

$$\boxed{\ddot{\tilde{x}} + K_D \cdot \dot{\tilde{x}} + K_P \cdot \tilde{x} = 0}$$

Έλεγχος Λειτουργικού Χώρου: Έλεγχος Αντίστροφης Δυναμικής

$$\boxed{\ddot{\tilde{x}} + K_D \cdot \dot{\tilde{x}} + K_P \cdot \tilde{x} = 0}$$

$$\boxed{\ddot{\tilde{x}} = \ddot{x}_d - J_A(q) \cdot \ddot{q} - \dot{J}_A(q,\dot{q}) \cdot \dot{q}}$$

$$\boxed{\ddot{\tilde{x}} = -K_D \cdot \dot{\tilde{x}} - K_P \cdot \tilde{x}}$$

$$\boxed{J_A(q) \cdot \ddot{q} = \ddot{x}_d - \dot{J}_A(q,\dot{q}) \cdot \dot{q} - \ddot{\tilde{x}}}$$

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}_A^{-1}(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{x}}_d + \boldsymbol{K}_D \dot{\tilde{x}} + \boldsymbol{K}_P \tilde{x} - \dot{\boldsymbol{J}}_A(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}\right)$$

- Δυναμική Βραχίονα $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{F}_v\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}$
- ή διαφορετικά $\boxed{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{u},}$
  - Όπου $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{F}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}).$
- Θεωρούμε ένα νόμο ελέγχου της μορφής

$$\boxed{\boldsymbol{u} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{y} + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}),}$$

- με

$$y = \boldsymbol{J}_A^{-1}(\boldsymbol{q})\left(\ddot{\boldsymbol{x}}_d + \boldsymbol{K}_D \dot{\tilde{x}} + \boldsymbol{K}_P \tilde{x} - \dot{\boldsymbol{J}}_A(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}\right)$$

Έλεγχος Λειτουργικού Χώρου: Έλεγχος Αντίστροφης Δυναμικής

$$B(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + g(q) = \tau$$

$$\boxed{u = B(q)y + n(q,\dot{q}),}$$

$$y = J_A^{-1}(q)\left(\ddot{x}_d + K_D\dot{\tilde{x}} + K_P\dot{\tilde{x}} - \dot{J}_A(q,\dot{q})\dot{q}\right)$$

- Ευσταθές Σύστημα Σφάλματος $\boxed{\ddot{\tilde{x}} + K_D\cdot\dot{\tilde{x}} + K_P\cdot\tilde{x} = 0}$

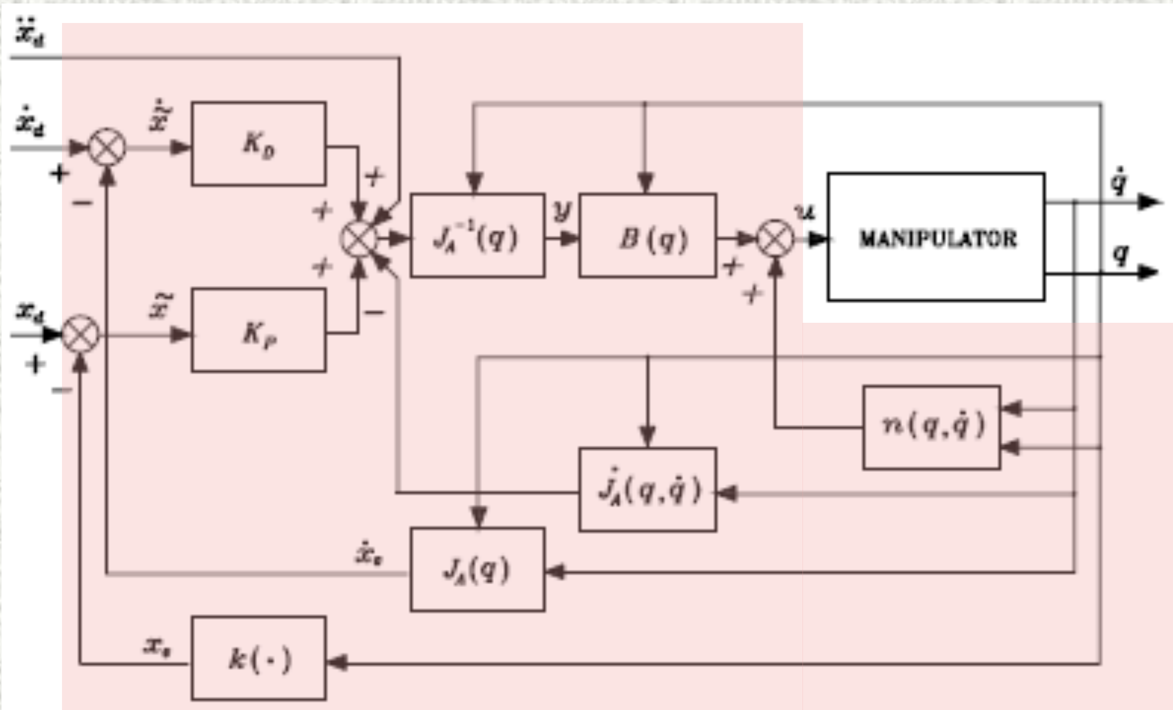
$$\Rightarrow \tilde{x}(t) \triangleq x_d(t) - x_e(t) \to 0$$

- Νόμος Ελέγχου

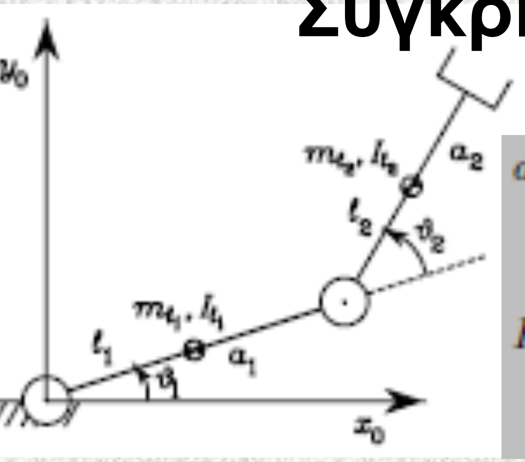
$$u = B(q)\cdot J_A^{-1}(q)\cdot\left[\ddot{x}_d + K_D\cdot(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_P\cdot(x_d - x) - \dot{J}_A(q,\dot{q})\cdot\dot{q}\right] + C(q,\dot{q})\cdot\dot{q} + F_v\cdot\dot{q} + g(q)$$

Σημεία Προσοχής:

- Απαιτείται γνώση των $q, \dot{q}, x_e, \dot{x}_e$ Ποια από αυτά είναι απευθείας μετρήσιμα και ποιά υπολογίζονται αριθμητικά?
- Αναφορικά με την αντιστροφή της Ιακωβιανής? Ιδιομορφίες?



Σύγκριση Διαφόρων Νόμων Ελέγχου



$$a_1 = a_2 = 1\,\mathrm{m} \quad \ell_1 = \ell_2 = 0.5\,\mathrm{m} \quad m_{\ell_1} = m_{\ell_2} = 50\,\mathrm{kg} \quad I_{\ell_1} = I_{\ell_2} = 10\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$$

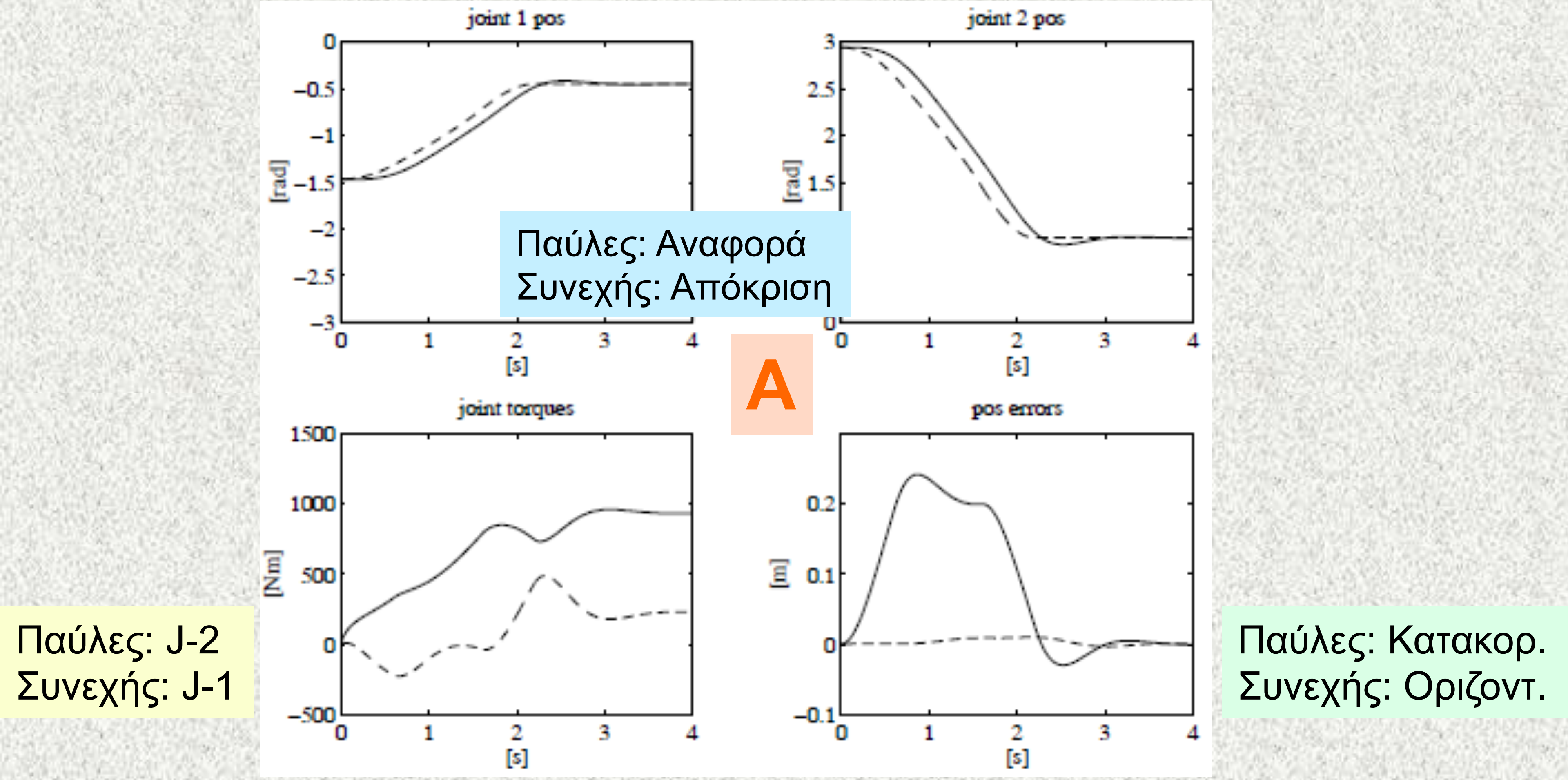
$$k_{r1} = k_{r2} = 100 \quad m_{m_1} = m_{m_2} = 5\,\mathrm{kg} \quad I_{m_1} = I_{m_2} = 0.01\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}.$$

$$F_{m1} = F_{m2} = 0.01\,\mathrm{N{\cdot}m{\cdot}s/rad} \qquad R_{a1} = R_{a2} = 10\,\mathrm{ohm}$$

$$k_{t1} = k_{t2} = 2\,\mathrm{N{\cdot}m/A} \qquad k_{v1} = k_{v2} = 2\,\mathrm{V{\cdot}s/rad};$$

A: Αποκεντρωμένος Ελεγχος Αρθρώσεων: Ανάδραση Θέσης –	**B**: Αποκεντρωμένος Ελεγχος Αρθρώσεων: Ανάδραση Θέσης – επιτάχυνσης	**G**: Συγκεντρωτικός Ελεγχος : Έλεγχος Αντιστρ. Δυναμικής – Χωρος Αρθρώσεων	**L**: Συγκεντρωτικός Ελεγχος : Έλεγχος Αντιστρ. Δυναμικής – Λειτουργικός Χωρος
$K_P = 5 \quad K_V = 10$ $k_{TP} = k_{TV} = 1,$ $\omega_n = 5\,\mathrm{rad/s}$ and $\zeta = 0.5.$	$K_P = 5 \quad K_V = 10 \quad K_A = 2$ $k_{TP} = k_{TV} = k_{TA} = 1$ $\omega_n = 5\,\mathrm{rad/s},\ \zeta = 0.5,\ X_R = 100.$	$K_P = 25 I_2$ $K_D = 5 I_2.$	$K_P = 25 I_2$ $K_D = 5 I_2.$

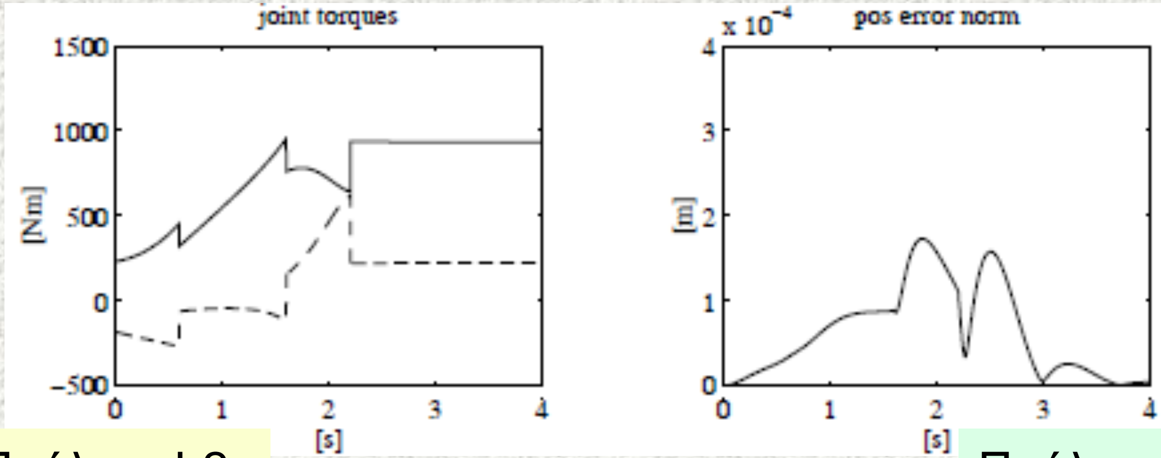
Ταχεία Τροχιά Αναφοράς: Αποκεντρωμένοι Έλεγχοι: Αρθρώσεις / Ροπές – Σφάλμα Ακροδέκτη



- Ο Τύπος **B** έχει συγκρίσιμη συμπεριφορά

Ταχεία Τροχιά Αναφοράς: Συγκεντρωτικοί Έλεγχοι: Ροπές Αρθρωσεων – Σφάλμα Θέσης Ακροδέκτη

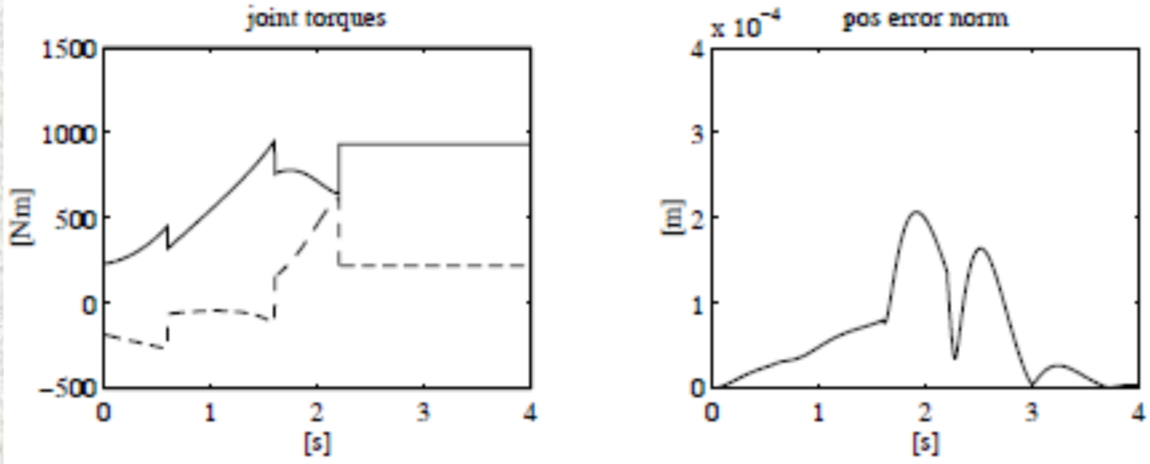
G



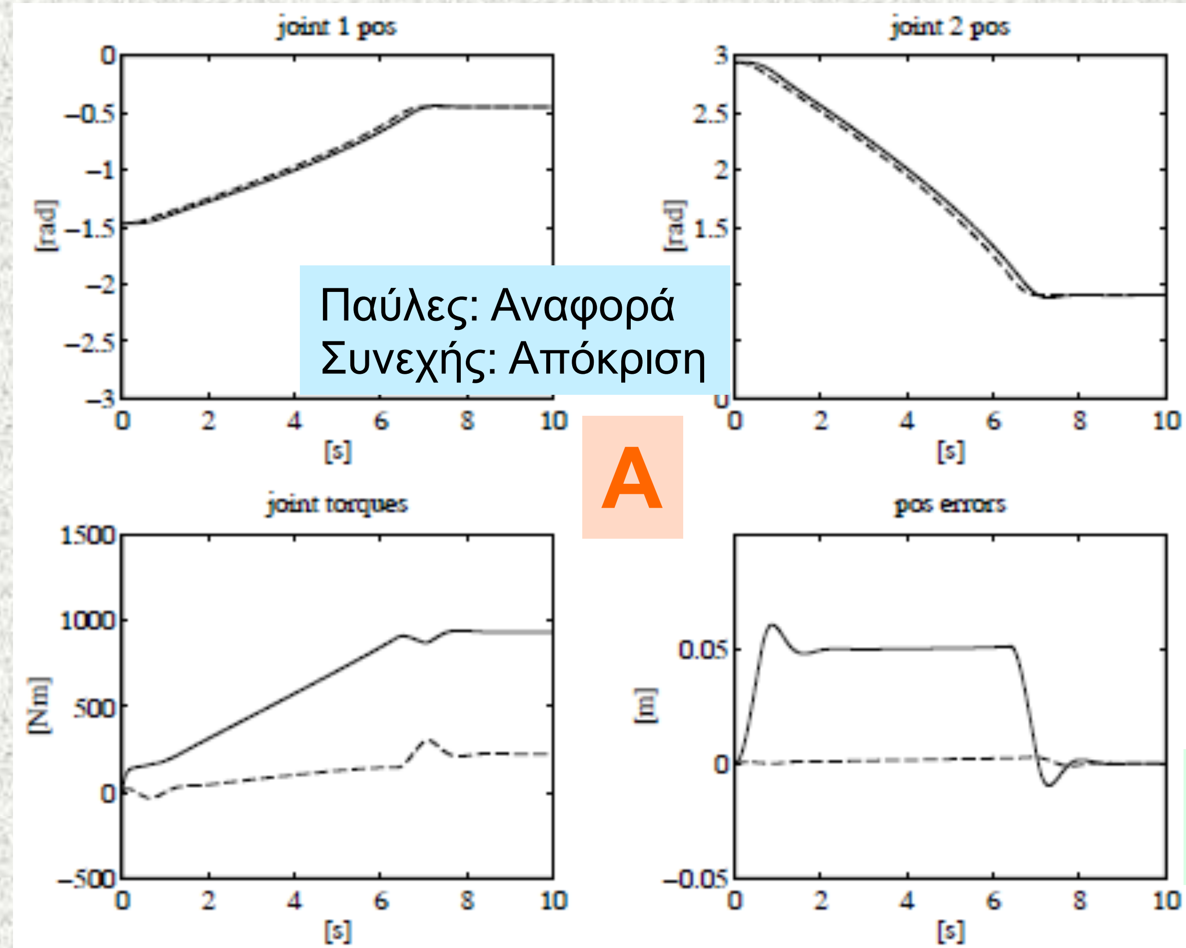
Παύλες: J-2
Συνεχής: J-1

Παύλες: Κατακορ.
Συνεχής: Οριζοντ.

L



Αργή Τροχιά Αναφοράς: Αποκεντρωμένοι Έλεγχοι: Αρθρώσεις / Ροπές – Σφάλμα Ακροδέκτη



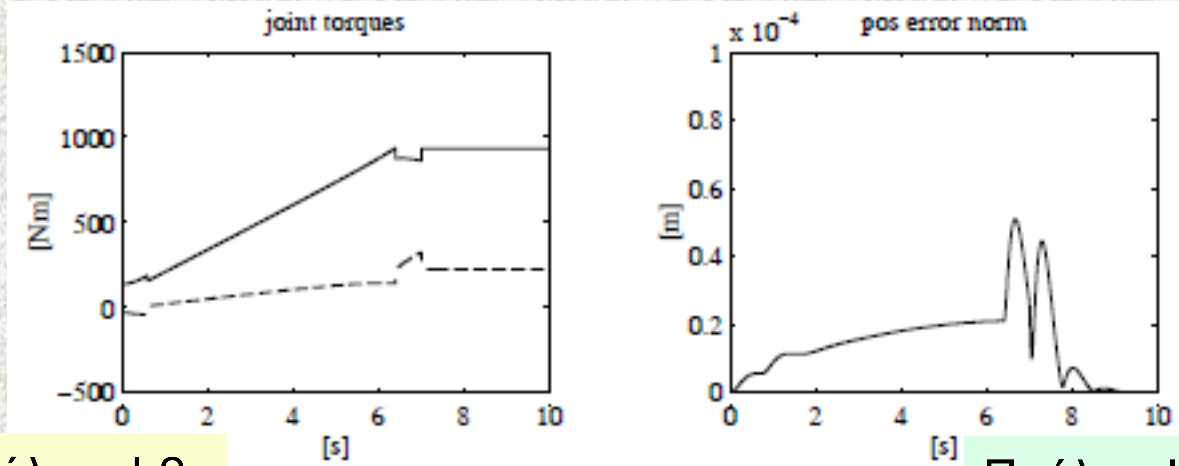
Παύλες: J-2
Συνεχής: J-1

Παύλες: Κατακορ.
Συνεχής: Οριζοντ.

- Ο Τύπος **B** έχει συγκρίσιμη συμπεριφορά

Αργή Τροχιά Αναφοράς: Συγκετρωτικοί Έλεγχοι: Ροπές Αρθρωσεων – Σφάλμα Θέσης Ακροδέκτη

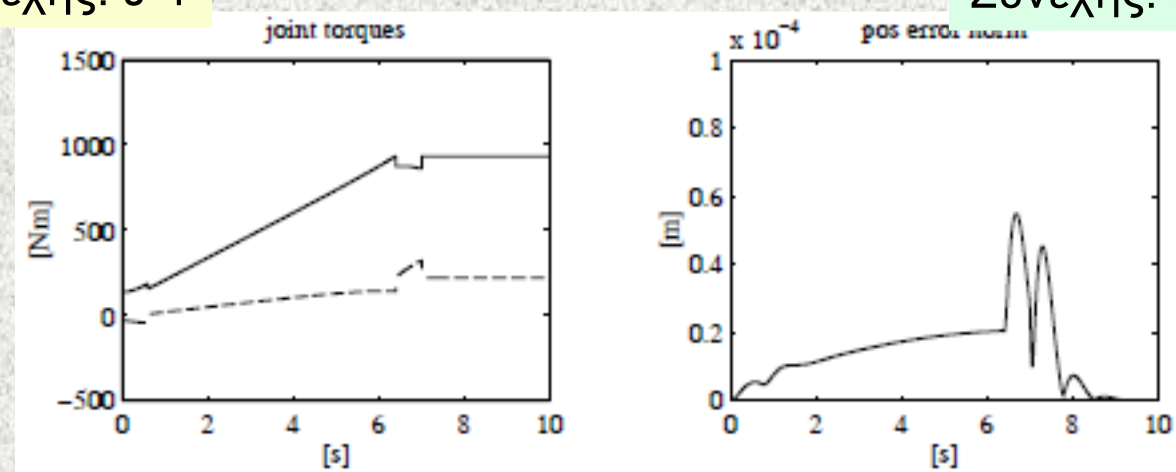
G



Παύλες: J-2
Συνεχής: J-1

Παύλες: Κατακορ.
Συνεχής: Οριζοντ.

L



Σύγκριση Διαφόρων Νόμων Ελέγχου

- Οι προηγούμενες προσομοιώσεις έδειξαν

A: Αποκεντρωμένος Ελεγχος Αρθρώσεων: Ανάδραση Θέσης – ταχύτητας	**B: Αποκεντρωμένος Ελεγχος Αρθρώσεων: Ανάδραση Θέσης – επιτάχυνσης**	**G: Συγκεντρωτικός Ελεγχος : Έλεγχος Αντιστρ. Δυναμικής – Χωρος Αρθρώσεων**	**L: Συγκεντρωτικός Ελεγχος : Έλεγχος Αντιστρ. Δυναμικής – Λειτουργικός Χωρος**
• Χαμηλή Απόδοση παρακολούθησης τροχιάς για γρήγορες τροχιές αναφοράς. • Καλή Απόδοση παρακολούθησης τροχιάς για αργες τροχιές αναφοράς. • ΔΕΝ εξαρτάται από τις παραμέτρους του Δυναμικού μοντέλλου.	• Παρόμοια συμπεριφορά με το **A**.	• Άριστα αποτελεσματα! Ουσιαστικά μηδενικό σφάλμα (μόνο ότι προέκυψε από τον κβαντισμό). • Σαφής εξάρτηση από τη καλή γνώση των παραμέτρων του δυναμικού μοντέλλου.	• Συγκρίσιμη συμπεριφορά με το **G**.