Μέρος 4

Έλεγχος στο Πεδίο της Συχνότητας

Άσκηση 1

(α) Για το σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου:

$$G(s)=G_C(s)G_P(s)H(s)=\frac{10}{s(1+0,2s)(1+0,02s)}$$

βρείτε το περιθώριο κέρδους και φάσης. Χρησιμοποιήστε το διάγραμμα Nyquist.

(β) Για το σύστημα με μοναδιαία ανάδραση και με συνάρτηση μεταφοράς πρόσω βρόχου:

$$G(s)=G_C(s)G_P(s)=\frac{K(1+0,2s)(1+0,1s)}{s^2(1+s)(1+0,01s)^2}$$

βρείτε την περιοχή κερδών K για την οποία το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές. Χρησιμοποιείστε διαγράμματα Bode.

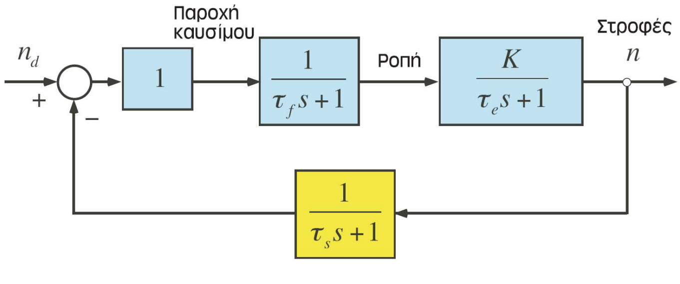
(γ) Σχεδιάστε τα διαγράμματα Nyquist (πολικά διαγράμματα) για τις εξής συναρτήσεις μεταφοράς ανοικτού βρόχου:

$$G(s)=G_C(s)G_P(s)H(s)=\frac{K}{s(s^2+s+4)}, \quad G(s)=G_C(s)G_P(s)H(s)=\frac{K(s+1)}{s^2(s+2)}$$

Εάν τα συστήματα αυτά είναι ευσταθή (όταν κλείσει ο βρόχος), βρείτε το μέγιστο κέρδος K που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διατηρώντας την ευστάθεια. Επιβεβαιώστε το αποτέλεσμα με χρήση του κριτηρίου Routh-Hurwitz.

Άσκηση 2

Το σύστημα ελέγχου στροφών βενζινομηχανής περιγράφεται από το Σχ. 2-1:



Σχήμα 2-1. Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου στροφών βενζινομηχανής.

Λόγω περιορισμών στην εισαγωγή του καρμπυρατέρ και την ύπαρξη χωρητικότητας (fluid capacitance) στην εισαγωγή, μεταξύ εντολής για παροχή καυσίμου και ανάπτυξης ροπής υπάρχει μία καθυστέρηση με χρονική σταθερά τ_f ίση προς 1 s. Η μηχανή έχει μηχανική σταθερά χρόνου $\tau_e=4s$. Το αισθητήριο που μετρά την ταχύτητα έχει δυναμική με χρονική σταθερά $\tau_s=0,5s$.

(α) Βρείτε το κέρδος Κ που είναι αναγκαίο για να κρατήσετε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης στο 7% της εντολής ταχύτητας, όταν αυτή είναι βηματική.
(β) Με το Κ που βρήκατε στο (α), και χρήση του κριτηρίου Nyquist, εξετάστε την ευστάθεια του συστήματος.
(γ) Βρείτε τα περιθώρια κέρδους και φάσης του συστήματος.

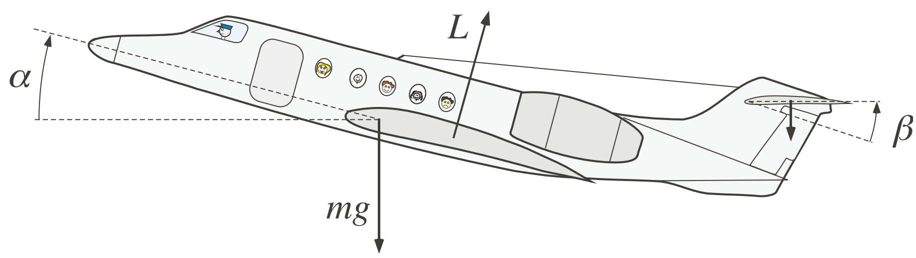
Άσκηση 3

Έχετε ως στόχο το σχεδιασμό ενός αυτόματου πιλότου για τη δυναμική ανόδου ενός lear jet, βλ. Σχ. 3-1. Η δυναμική του αεροπλάνου που παίζει το μεγαλύτερο ρόλο είναι αυτή με τη μεγάλη περίοδο, δηλαδή η φυγοειδής (phugoid motion).

Η δυναμική αυτή μπορεί να περιγραφεί από την εξής απλοποιημένη εξίσωση κίνησης:

$$\ddot{\alpha} + 0,01\dot{\alpha} + 0,002\alpha = 0,5\dot{\beta} + 0,005\beta$$
$$\dot{h} = 30\alpha$$

όπου α είναι η γωνία προσβολής, β η γωνία ελέγχου ύψους-βάθους και h το ύψος του κέντρου μάζας του αεροπλάνου.

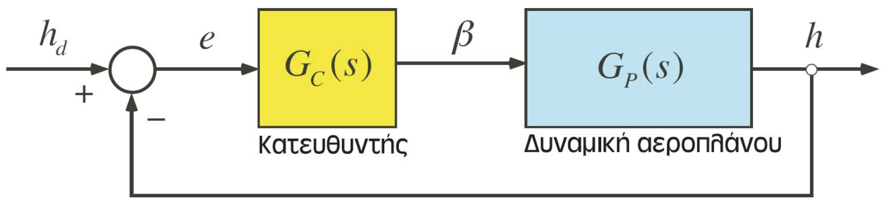


Σχήμα 3-1. Αεροπλάνο κατά την άνοδο.

(α) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς που συνδέει το ύψος h με τη γωνία ελέγχου β.

$$G_P(s) = \frac{h(s)}{\beta(s)}$$

Για τον αυτόματο πιλότο αποφασίζετε να χρησιμοποιήσετε το δομικό διάγραμμα του Σχ. 3-2. Σε αυτό ορίζετε το υψομετρικό σφάλμα $e(s) = h_d(s) - h(s)$ και επιλέγετε να σχεδιάσετε ένα κατευθυντή/ αντισταθμιστή $G_C(s)$ που να έχει ως είσοδο το υψομετρικό σφάλμα και ως έξοδο τη γωνία ελέγχου ύψους-βάθους.



Σχήμα 3-2. Δομικό διάγραμμα αυτόματου πιλότου.

(β) Σχεδιάστε τα διαγράμματα Bode για την $G_P(s)$.
(γ) Καταρχάς, χρησιμοποιήστε ένα κατευθυντή τύπου P ($G_C(s) = K$). Βρείτε το κέρδος K έτσι ώστε η συχνότητα αποκοπής να είναι $\omega_{CG} = 0,15 rad/s$. Για αυτό το κέρδος, είναι το σύστημα κλειστού βρόχου ευσταθές; Αν ναι, ποια είναι το περιθώρια κέρδους και φάσης;

(δ) Για τον κατευθυντή του ερωτήματος (γ) και εάν το επιθυμητό ύψος είναι μια συνάρτηση αναρρίχησης $h_d(t) = 2t \;\; m$, όπου t ο χρόνος, ποιο είναι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης;

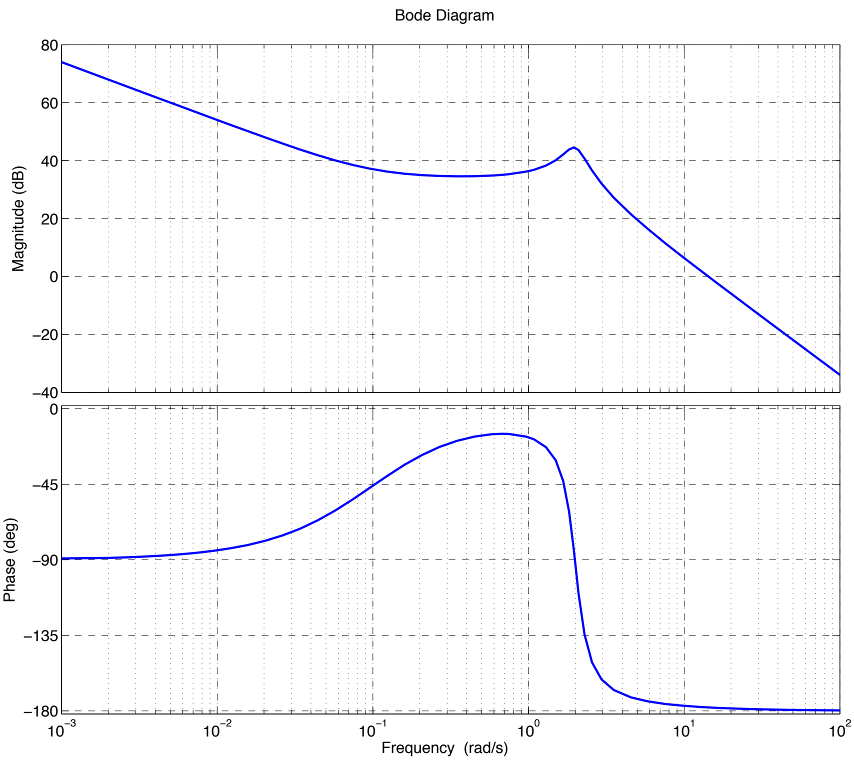
(ε) Εξετάζετε το ενδεχόμενο να χρησιμοποιήσετε έναν αντισταθμιστή προπορευόμενης φάσης (lead compensator). Η συχνότητα αποκοπής επιλέγεται εκ νέου ως $\omega_{CG} = 0{,}15 rad/s$ ενώ το περιθώριο κέρδους πρέπει να είναι $\varphi_M = 50°$, έτσι ώστε να περιορισθούν οι ανεπιθύμητες ταλαντώσεις. Συγκρίνετε τα διαγράμματα Bode που αντιστοιχούν στην $KG_P(s)$ (έλεγχος τύπου P) με αυτά της $G_C(s)G_P(s)$ (αντισταθμιστής). Τι παρατηρείτε;

(στ) Για τον αντισταθμιστή του ερωτήματος (ε) και εάν το επιθυμητό ύψος είναι μια συνάρτηση αναρρίχησης $h_d(t) = 2t \;\; m$, ποιο είναι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης;

(ζ) Μπορείτε να σχεδιάσετε έναν αντισταθμιστή που θα μείωνε το σφάλμα στη συνάρτηση αναρρίχησης $h_d(t) = 2t \;\; m$ στο μισό από ότι στο (στ);

Άσκηση 4

Αναλάβατε να σχεδιάσετε ένα σύστημα ελέγχου υδραυλικού σερβομηχανισμού. Η εγκατάσταση αποτελείται από μία σερβοβαλβίδα, ένα υδραυλικό έμβολο και το μηχανικό του φορτίο. Η είσοδος στο σύστημα αυτό είναι το ρεύμα που ελέγχει τη σερβοβαλβίδα και η έξοδος είναι η θέση του μηχανικού φορτίου. Το σύστημα σας φάνηκε πολύ πολύπλοκο για να το μοντελοποιήσετε με υποσυστήματα συγκεντρωμένων στοιχείων στο χρόνο που διαθέτετε. Αποφασίζετε λοιπόν να διεγείρετε την εγκατάσταση ανοικτού βρόχου με ρεύμα μεταβλητής κυκλικής συχνότητας στην περιοχή $10^{-3} - 10^{2} rad/s$ και να μετρήσετε το κέρδος και τη γωνία του συστήματος ανοικτού βρόχου. Τα αποτελέσματα του πειράματός σας εμφανίζονται στο Σχ. 4-1.



Σχήμα 4-1. Απόκριση συχνότητας σερβοϋδραυλικού συστήματος.

(α) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου που αντιστοιχεί στα διαγράμματα Bode του Σχ. 4-1.

(β) Βρείτε το περιθώριο κέρδους και γωνίας, καθώς και τις συχνότητες αποκοπής που αντιστοιχούν.

(γ) Σχεδιάστε το διάγραμμα Nyquist που αντιστοιχεί και επαληθεύστε και από αυτό τα περιθώρια κέρδους και γωνίας.

(δ) Έχοντας υπόψη τα αποτελέσματα του (β) ερωτήματος, εάν χρησιμοποιήσουμε έναν κατευθυντή P και μοναδιαία ανάδραση, ποιο είναι το μέγιστο κέρδος για το οποίο το σύστημα είναι ευσταθές; Επαληθεύστε το αποτέλεσμά σας με χρήση του κριτήριου Routh-Hurwitz.

(ε) Οι αναλογικές σερβοβαλβίδες έχουν κάποια μικρή χρονική καθυστέρηση. Ποια είναι η μέγιστη καθυστέρηση σε ms που μπορούμε να δεχτούμε πριν το σύστημα κλειστού βρόχου γίνει ασταθές όταν κλείσουμε το βρόχο (με το ίδιο κέρδος);

(στ) Έχοντας τη συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου από το (α), σχεδιάστε τον τόπο των ριζών ως προς το κέρδος K_P του κατευθυντή P. Τι είδους απόκριση αναμένουμε για διάφορα κέρδη K_P;

(ζ) Θέλουμε η απόκριση του συστήματος σε βηματική συνάρτηση να έχει χρόνο αποκατάστασης 2 s και ει δυνατόν να μην παρουσιάζει ταλαντώσεις. Για το σκοπό αυτό αποφασίζουμε να απαλείψουμε τους ενοχλητικούς πόλους και μηδενιστές ανοικτού βρόχου με τους εξής όρους:

$$\frac{\tau_Z s + 1}{\tau_P s + 1} \text{ για όρους α' τάξης}$$

$$\frac{s^2 + 2\zeta_Z \omega_{nZ} s + \omega_{nZ}^{\;2}}{s^2 + 2\zeta_P \omega_{nP} s + \omega_{nP}^{\;2}} \text{ για όρους β' τάξης}$$

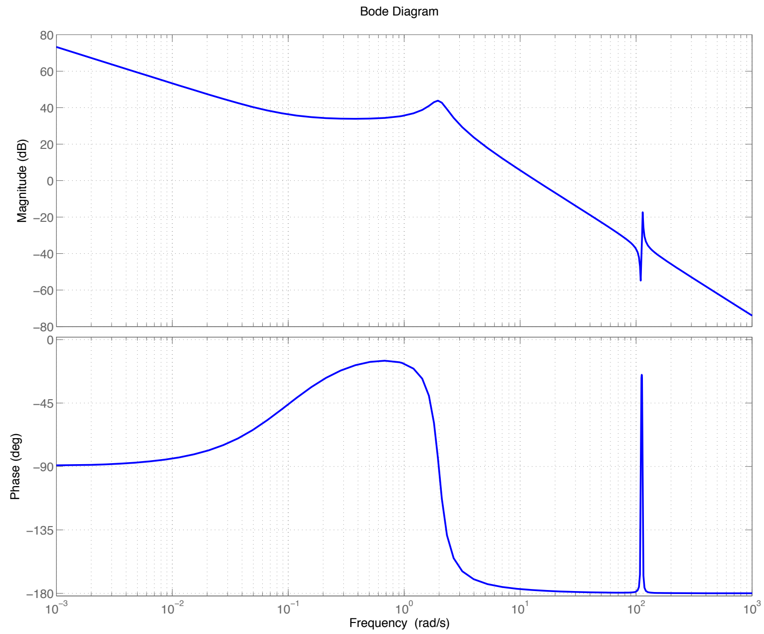
Τότε ο κατευθυντής θα έχει τη μορφή:

$$G_C(s) = K_P \frac{\tau_Z s + 1}{\tau_P s + 1} \cdot \ldots \cdot \frac{s^2 + 2\zeta_Z \omega_{nZ} s + \omega_{nZ}^{\;2}}{s^2 + 2\zeta_P \omega_{nP} s + \omega_{nP}^{\;2}} \cdot \ldots$$

Βρείτε τις παραμέτρους του κατευθυντή και τη χρονική απόκριση του συστήματος για βηματική είσοδο.

(η) Για τον κατευθυντή που βρήκατε, υπολογίστε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης (i) για μοναδιαία βηματική είσοδο και (ii) για μοναδιαία είσοδο αναρρίχησης.

(θ) Ένας συνάδελφός σας πρότεινε να επεκτείνετε τα πειράματά σας σε συχνότητες πέρα από τα 100 rad/s. Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται στο Σχ. 4-2. Τι παρατηρείτε; Πρέπει να ανησυχείτε για την επάρκεια του κατευθυντή σας;



Σχήμα 4-2. Απόκριση συχνότητας σερβοϋδραυλικού συστήματος σε μεγάλος εύρος συχνοτήτων.