

Σχεδιασμός με τον Τόπο των Ριζών

Άσκηση 1

Ένα σύστημα με μοναδιαία ανάδραση έχει συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου την εξής:

$$G(s) = \frac{K(s+3)}{s^2 - 2s + 10}$$

- Σχεδιάστε τους πόλους και μηδενιστές ανοικτού βρόχου και εξετάστε εάν το σύστημα ανοικτού βρόχου είναι ευσταθές.
- Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών για K από 0 έως άπειρο.
- Υπάρχει περιοχή του K για την οποία το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές;
- Εάν υπάρχει K για το οποίο το σύστημα κλειστού βρόχου είναι οριακά ευσταθές, βρείτε τη συχνότητα ω_n στην οποία θα ταλαντώνεται.
- Βρείτε την τιμή του K για την οποία ο λόγος απόσβεσης ζ είναι ίσος με 0,707.

Άσκηση 2

Ένα σερβοϋδραυλικό σύστημα με έλεγχο τύπου P (αναλογικό έλεγχο) και με μοναδιαία ανάδραση έχει συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου την εξής:

$$G(s) = \frac{K}{s(s^2 + 6s + 1)}$$

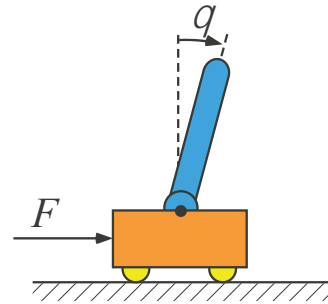
- Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών για K από 0 έως άπειρο.
- Βρείτε την τιμή του K για την οποία ο λόγος απόσβεσης ζ που αντιστοιχεί στους κυρίαρχους πόλους είναι ίσος με 0,707.
- Για την τιμή του K που υπολογίσατε στο (β), βρείτε τη θέση του τρίτου πόλου.

Άσκηση 3

Ο έλεγχος της κλίσης ενός πυραύλου κατά την απογείωσή του γίνεται με ρύθμιση της γωνίας των προωθητήρων στη βάση του μέσω σερβοϋδραυλικών επενεργητών (εμβόλων). Υποθέτοντας ότι η δυναμική των επενεργητών που κινούν τους προωθητήρες μπορεί να παραληφθεί ως πολύ γρήγορη σε σχέση με τη δυναμική της κλίσης του, η συνάρτηση μεταφοράς που συνδέει την κλίση θ του πυραύλου ως προς την κατακόρυφο με τη δύναμη F από τους προωθητήρες είναι η εξής:

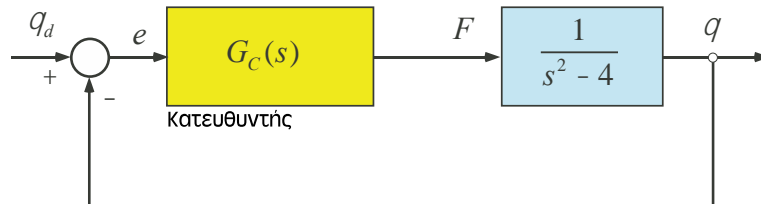
$$\frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 - 4}$$

Ο στόχος του ελέγχου είναι η γωνία θ να είναι μηδέν. Για το λόγο αυτό, σχεδιάζουμε ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου χρησιμοποιώντας ανάδραση της γωνίας θ που παρέχεται π.χ. από ένα κλινόμετρο. Παρατηρήστε ότι η συνάρτηση μεταφοράς αυτή περιγράφει και το ανάστροφο εκκρεμές του Σχ. 3-1β. Για το λόγο αυτό θα επικεντρώσουμε την ανάλυσή μας στο ανάστροφο εκκρεμές.



Σχήμα 3-1. (α) Έλεγχος κλίσης πυραύλου. (β) Ανάστροφο εκκρεμές.

Το δομικό διάγραμμα του συστήματος κλειστού βρόχου απεικονίζεται στο Σχ. 3-2. Θα δοκιμάσουμε διάφορους κατευθυντές και θα εξετάσουμε την αποτελεσματικότητά τους.

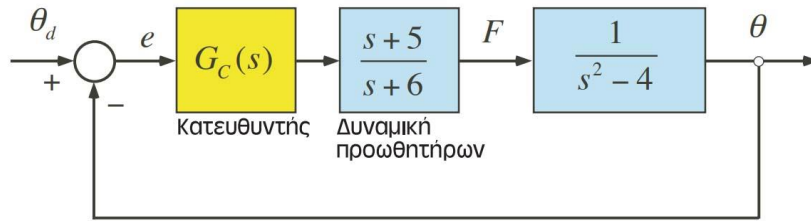


Σχήμα 3-2. Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου κλίσης πυραύλου/ ανάστροφου εκκρεμούς.

- (α) Έστω $G_C(s) = K$.
- (1) Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών του συστήματος κλειστού βρόχου.
 - (2) Μπορείτε να κρατήσετε το εκκρεμές κατακόρυφο εάν υπάρξουν μικρές διαταραχές;
- (β) Έστω $G_C(s) = K(s + 0,75)$.
- (1) Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών του συστήματος κλειστού βρόχου.
 - (2) Μπορείτε να κάνετε το σύστημα ευσταθές; Εάν ναι, για ποιες τιμές του K είναι αυτό δυνατόν;
 - (3) Μπορείτε να ρυθμίσετε το σύστημα ελέγχου έτσι ώστε να κάνετε το χρόνο αποκατάστασης (2%) μικρότερο από $2s$; Εξηγήστε με βάση τον τόπο των ριζών.
- (γ) Έστω $G_C(s) = K(s + 4)$.
Επαναλάβετε τις ερωτήσεις στο (β).
- (δ) Έστω $G_C(s) = \frac{K(s + 0,75)}{(s + 4)}$.

Επαναλάβετε τις ερωτήσεις στο (β).

Ορισμένα πειράματα με προωθητήρες πυραύλων οδηγούν στο συμπέρασμα ότι οι προωθητήρες δεν μπορούν να κινηθούν αρκετά γρήγορα ώστε να μπορεί η δυναμική τους να αγνοηθεί. Τα πειράματα έδειξαν ότι το δομικό διάγραμμα θα πρέπει να βελτιωθεί έτσι ώστε να περιλάβει και αυτή τη δυναμική, βλ. Σχ. 3-3.

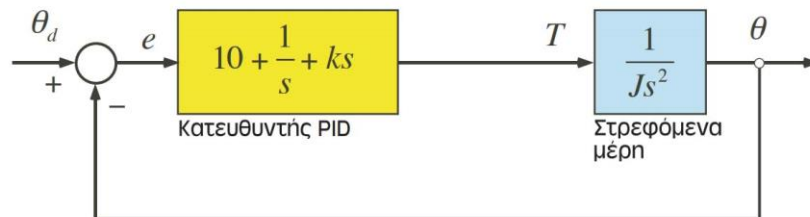


Σχήμα 3-3. Δομικό διάγραμμα συστήματος ελέγχου κλίσης πυραύλου με δυναμική προωθητήρων.

- (ε) Εξηγήστε συνοπτικά γιατί η δυναμική κίνησης των προωθητήρων δεν θα μπορούσε να αγνοηθεί (μη μοντελοποιημένη δυναμική).
- (στ) Έστω $G_C(s) = K(s+4)$.
- (1) Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών του συστήματος κλειστού βρόχου.
 - (2) Κατάλληλη διέγερση έδειξε ότι ο πύραυλος παρουσιάζει μηχανικές ταλαντώσεις με κυκλική συχνότητα γύρω στα 80 rad/s. Εξηγήστε πως θα επιλέξετε το κέρδος K έτσι ώστε ο κατευθυντής να είναι αποτελεσματικός (ευσταθής, καλή απόκριση).

Άσκηση 4

Ένας κατευθυντής PID ελέγχει τη γωνιακή θέση ενός στροφικού μηχανικού συστήματος που εδράζεται σε ηλεκτρομαγνητικά έδρανα (μηδέν δυναμική τριβή). Η ροπή αδράνειας των στρεφόμενων μερών είναι $J = 1 \text{kgm}^2$.



Σχήμα 4-1. Δομικό διάγραμμα ελέγχου στροφικού μηχανικού συστήματος.

- (α) Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών για k από 0 έως άπειρο.
- (β) Εξετάστε την ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου ως συνάρτηση του k.
- (γ) Εξετάστε την απόκριση της γωνιακής θέσης θ ως συνάρτηση του k.

Άσκηση 5

Ένα σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου την εξής:

$$G(s) = \frac{K(s+100)}{(s+5)^2(s^2+2s+5)}$$

- (α) Χρησιμοποιήστε το Matlab και τη συνάρτηση rlocus για να βρείτε τον τόπο των ριζών.
- (β) Υπάρχει περιοχή του K για την οποία το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές;
- (γ) Εάν υπάρχει K για το οποίο το σύστημα κλειστού βρόχου είναι οριακά ευσταθές, βρείτε τη συχνότητα ω_n στην οποία θα ταλαντώνεται.
- (δ) Εάν επαναλαμβάνετε την ίδιες ερωτήσεις αναλυτικά-γραφικά, τι θα ήταν πιο εύκολο; Τι πιο δύσκολο;