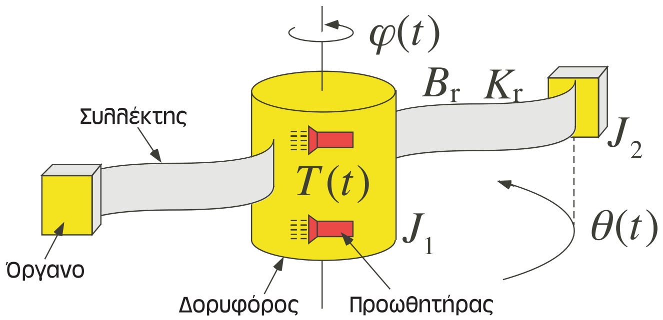
Μέρος 2

Έλεγχος στο Πεδίο του Χρόνου

Άσκηση 1

Αναλάβατε τη μελέτη του συστήματος προσανατολισμού ενός νέου δορυφόρου. Στα άκρα των εύκαμπτων ηλιακών συλλεκτών τοποθετούνται ευαίσθητα όργανα, των οποίων η γωνιακή θέση πρέπει να ελεγχθεί με ακρίβεια. Παρατηρήστε ότι το σύστημα είναι τελείως συμμετρικό και τα δύο όργανα έχουν διαφορά στη γωνιακή τους θέση πάντοτε $\pi\, rad$. Επομένως, εάν η μία γωνία είναι $\theta(t)$, η άλλη είναι $\theta(t)+\pi$. Προφανώς τα όργανα έχουν κοινή γωνιακή ταχύτητα, $\dot{\theta}(t)=\omega(t)$. Ο δορυφόρος διαθέτει προωθητήρες με τους οποίους μπορεί να περιστρέφεται, βλ. Σχ. 1-1.



Σχήμα 1-1. Δορυφόρος με εύκαμπτους ηλιακούς συλλέκτες.

(α) Κατασκευάστε ένα απλό φυσικό μοντέλο του συστήματος με είσοδο την ροπή από τους προωθητήρες $T(t)$ και έξοδο τη γωνιακή θέση $\theta(t)$. Τα όργανα έχουν ισοδύναμη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα του δορυφόρου J_2, οι συλλέκτες έχουν ισοδύναμη απόσβεση B_r και ισοδύναμη σταθερά στροφικού ελατηρίου K_r και ο δορυφόρος ροπή αδρανείας J_1.

(β) Κατασκευάστε το γραμμικό γράφο που αντιστοιχεί και βρείτε τις εξισώσεις κατάστασης. Θεωρήστε ως έξοδο την $\dot{\theta}(t)=\omega(t)$.

(γ) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ $T(s)$ και $\Omega(s)=s\Theta(s)$.

(δ) Επαληθεύστε ότι η συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ $T(s)$ και $\Theta(s)$ έχει τη μορφή:

$$\frac{\Theta(s)}{T(s)}=\frac{As+B}{s^2(s^2+Cs+D)}$$

(ε) Δίνοντας μία *μοναδιαία βηματική είσοδο* ροπής $T(s)=1/s$ με ενεργοποίηση των προωθητήρων, η γωνιακή θέση των οργάνων βρέθηκε να είναι η εξής:

$$\theta(t)=3t^2-2+3e^{-t}-e^{-3t}$$

Βρείτε τους συντελεστές A, B, C, και D. Μπορείτε να βρείτε τις παραμέτρους του συστήματος (ροπές αδράνειας, κ.λπ.);

(στ) Υπολογίστε την απόκριση του συστήματος με έξοδο τη γωνιακή θέση $\theta(t)$ για εισόδους ροπής:

$$T(t) = 5t$$

$$T(t) = \sin t$$

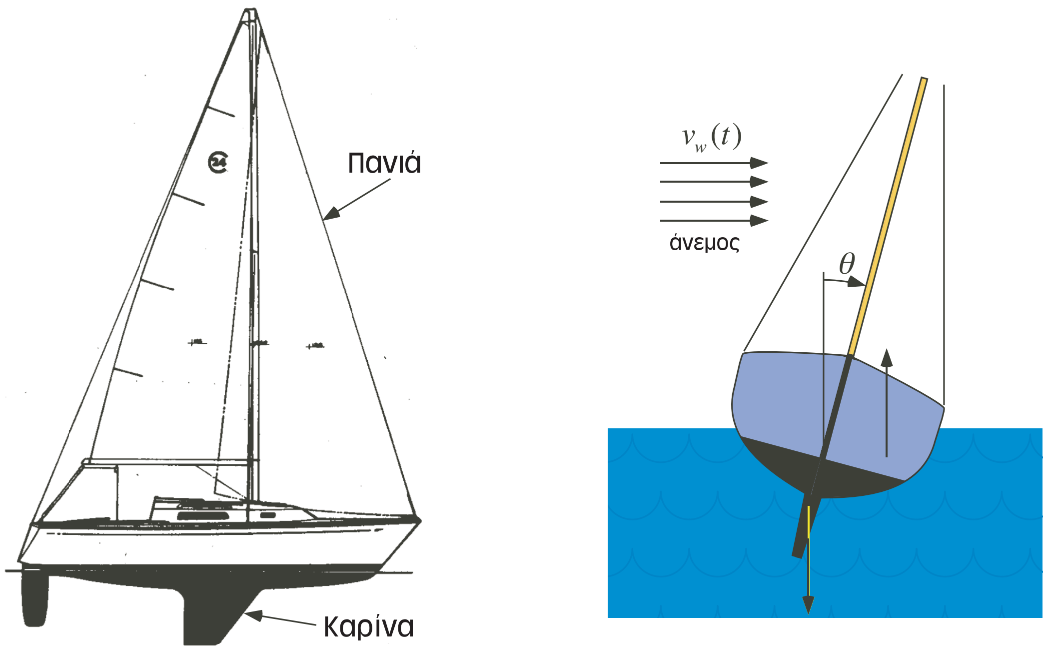
(ζ) Επαληθεύστε τα αποτελέσματά σας στο (στ) με χρήση Matlab/ Simulink. Για την απόκριση, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση μεταφοράς ή τις εξισώσεις κατάστασης. Εάν χρησιμοποιήσετε τις τελευταίες, προσθέστε σε αυτές τη γραμμή

$$\frac{d}{dt}\theta(t) = \omega(t)$$

ώστε να έχετε ως έξοδο τη γωνιακή θέση $\theta(t)$ και όχι τη γωνιακή ταχύτητα $\dot{\theta}(t) = \omega(t)$. Τι παρατηρείτε;

Άσκηση 2

Σας προσέλαβαν ως σύμβουλο δυναμικής και ελέγχου σε ναυπηγείο ιστιοπλοϊκών σκαφών με στόχο να μελετήσετε το πρόβλημα ελέγχου της γωνίας διατοίχισης (roll angle, μπότζι) ενός νέου ιστιοπλοϊκού, βλ. Σχ. 2-1. Προκειμένου να γίνει μια προκαταρκτική μελέτη του προβλήματος της δυναμικής και του ελέγχου, αποφασίζετε να αναπτύξετε ένα πολύ απλό μοντέλο συγκεντρωμένων παραμέτρων που να περιγράφει τη συμπεριφορά διατοίχισης του ιστιοπλοϊκού σε πλευρικούς ανέμους.



Σχήμα 2-1. Ιστιοπλοϊκό σε πλευρικούς ανέμους.

Όταν το ιστιοπλοϊκό βρεθεί σε περιοχή με πλευρικούς ανέμους, η αντίσταση των πανιών το αναγκάζει να στραφεί γύρω από το διαμήκη του άξονα. Η ροπή αυτή αντισταθμίζεται από το βάρος της βαριάς καρίνας (περιέχει μόλυβδο) και της άνωσης.

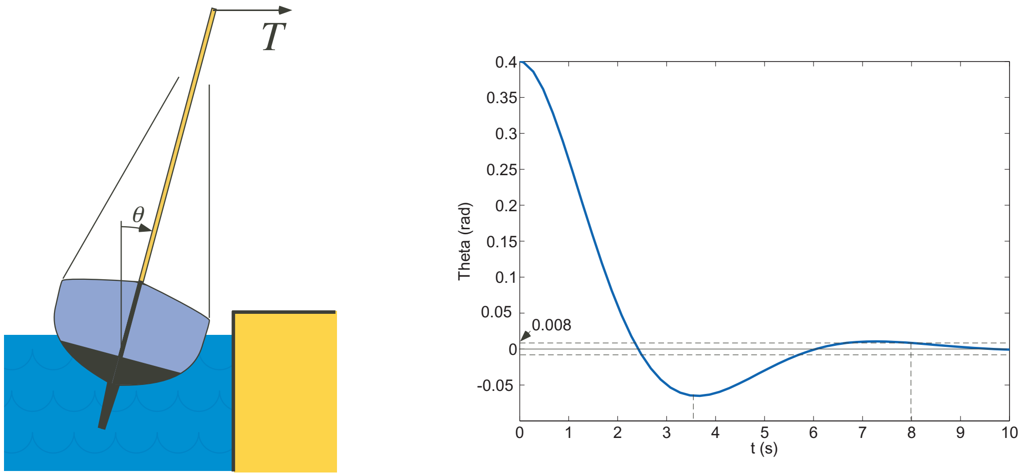
Κάνετε τις εξής παρατηρήσεις: (α) Η καρίνα παρουσιάζει μεγάλη πλευρική επιφάνεια και επομένως κατά την κίνησή της μέσα στο νερό πρέπει να παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση στην κίνηση διατοίχισης. (β) Το αυτό συμβαίνει και για τα πανιά.

Στη συνέχεια, κάνετε το εξής πείραμα. Με το ιστιοπλοϊκό δεμένο στη προκυμαία, τραβάτε το κατάρτι με ένα σκοινί δεμένο σε γερανό ύψους 30 μ. Μετράτε την τάση του σκοινιού ως συνάρτηση της γωνίας θ και βρίσκετε ότι για μικρές γωνίες (έως 0,4 rad) η τάση του σκοινιού είναι ανάλογη της γωνίας.

Όταν η γωνία του σκάφους είναι 0,4 rad, αφήνετε απότομα το σκοινί και το σκάφος ταλαντώνεται μέχρι να ισορροπήσει ξανά. Η ταλάντωση καταγράφεται από ένα κλισιόμετρο και παρουσιάζεται στο Σχ. 2-2 (δεξιά).

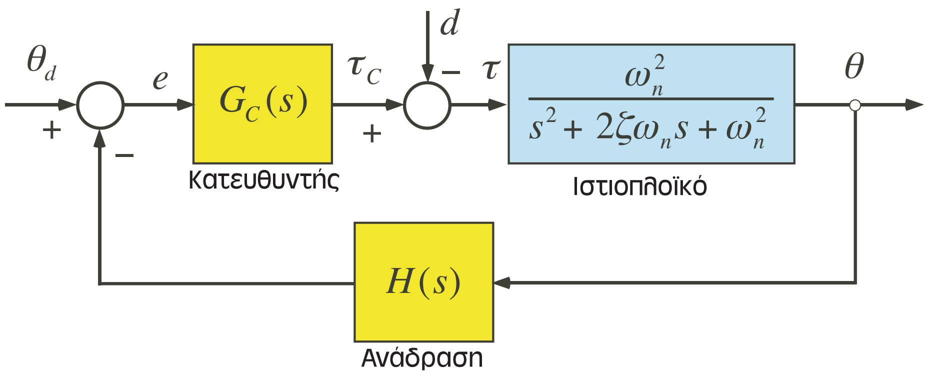
(α) Βασιζόμενοι στα πειράματα και τις παρατηρήσεις που προηγήθηκαν, εξηγήστε γιατί η δυναμική διατοίχισης του σκάφους μπορεί να περιγραφεί από ένα σύστημα δεύτερης τάξης.

(β) Βασιζόμενοι στα πειράματα και τις παρατηρήσεις που προηγήθηκαν, βρείτε τη φυσική συχνότητα του σκάφους σε κίνηση διατοίχισης ω_n, το λόγο απόσβεσης ζ και την ποσοστιαία υποακόντιση $M_P\%$.



Σχήμα 2-2. Πείραμα ανοικτού βρόχου.

Ο στόχος είναι να διατηρείται η γωνία διατοίχισης ίση με μία επιθυμητή γωνία παρά τους πλευρικούς ανέμους. Για να επιτευχθεί αυτό, χρησιμοποιείτε αδρανειακό αισθητήρα που μετρά τη γωνία $\theta(t)$ ή/ και την ταχύτητα $\dot{\theta}(t)$ και ένα σύστημα από υδροπτέρυγες στην καρίνα του σκάφους που παράγουν ροπή αντίθετη από αυτή του ανέμου. Τέλος, σχεδιάζετε ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου που παρουσιάζεται στο Σχ. 2-3.



Σχήμα 2-3. Σύστημα ελέγχου διατοίχισης σκάφους.

Σε αυτό, d είναι η διαταραχή ροπής που οφείλεται στους πλευρικούς ανέμους, τ_C η ροπή ελέγχου που οφείλεται στις υδροπτέρυγες και $G_C(s), H(s)$ οι συναρτήσεις μεταφοράς του κατευθυντή και της ανάδρασης που θα επιλέξετε, αντίστοιχα.

- **Αναλογικός Έλεγχος (P)**

Ο αισθητήρας που διαθέτετε μετράει μόνο τη γωνία $\theta(t)$. Αποφασίζετε λοιπόν να χρησιμοποιήσετε έλεγχο αναλογικού τύπου:

$$\tau_C = K_P e$$

(γ) Συμπληρώστε το Σχ. 2-3 με κατάλληλες συναρτήσεις $G_C(s), H(s)$ έτσι ώστε να υλοποιηθεί αυτός ο νόμος ελέγχου. Στη συνέχεια, θέτοντας $\theta_d = 0$ (σκάφος χωρίς κλίση), βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου $\theta(s)/d(s)$.

(δ) Εάν $d(s) = 1/s$, δηλαδή ο πλευρικός άνεμος είναι σταθερός, βρείτε τη γωνία μόνιμης κατάστασης $\theta(\infty) = \theta_{ss}$. Μπορείτε να μεταβάλετε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης e_{ss} , μεταβάλλοντας το αναλογικό κέρδος ελέγχου K_P ;

- **Αναλογικός και Διαφορικός Έλεγχος (P-V)**

Πέρα από τον αισθητήρα που μετράει τη γωνία $\theta(t)$, διαθέτετε πλέον και γυροσκόπιο που μετράει το ρυθμό μεταβολής της $\theta(t)$ δηλαδή την $\dot{\theta}(t)$. Αποφασίζετε λοιπόν να χρησιμοποιήσετε τον εξής νόμο ελέγχου:

$$\tau_C = K_P e - K_V \dot{\theta}$$

(ε) Συμπληρώστε το Σχ. 2-3 με κατάλληλες συναρτήσεις $G_C(s), H(s)$ έτσι ώστε να υλοποιηθεί αυτός ο νόμος ελέγχου. Στη συνέχεια, θέτοντας $\theta_d = 0$ (σκάφος χωρίς κλίση), βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου $\theta(s)/d(s)$.

(στ) Επιλέξτε τα κέρδη K_P, K_V έτσι ώστε να επιτύχετε τις εξής προδιαγραφές:
Χρόνος αποκατάστασης 1% = 1,3.
Μέγιστη υπερ(υπό)ακόντιση 1,22%.

(ζ) Με $\theta_d = 0$ και $d(s) = 1/s$, βρείτε τη γωνία μόνιμης κατάστασης $\theta(\infty) = \theta_{ss}$ και το σφάλμα e_{ss} . Μπορείτε να μηδενίσετε το e_{ss} με αυτόν τον κατευθυντή;

(η) Έστω ότι είχατε δοκιμάσει τον κλασικό έλεγχο P-D:

$$\tau_C = K_P e + K_D \dot{e}$$

με $\theta_d = 0$ και $d(s) = 1/s$. Χρησιμοποιήστε τα ίδια κέρδη που βρήκατε στο (στ), με $K_D = K_V$. Χρησιμοποιήστε το Matlab/ Simulink ή ανάλογο πρόγραμμα και βρείτε την απόκριση που αντιστοιχεί σε κάθε ένα από τους δύο κατευθυντές. Σχολιάστε τις διαφορές που παρατηρείτε.

- **Αναλογικός, Διαφορικός και Ολοκληρωτικός Έλεγχος (P-I-D)**

Η διατήρηση της βέλτιστης γωνίας του σκάφους είναι σημαντική για την ασφάλεια του σκάφους. Αποφασίζετε λοιπόν να χρησιμοποιήσετε τον εξής νόμο ελέγχου:

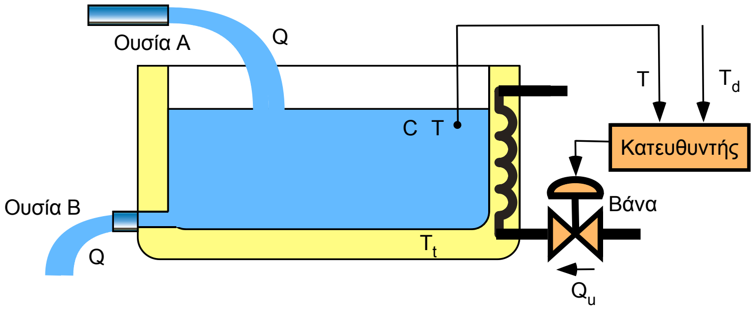
$$\tau_C = K_P e + K_D \dot{e} + K_I \int_0^t e\,dt$$

(θ) Συμπληρώστε το Σχ. 2-3 με κατάλληλες συναρτήσεις $G_C(s), H(s)$ έτσι ώστε να υλοποιηθεί αυτός ο νόμος ελέγχου. Στη συνέχεια, θέτοντας $\theta_d = 0$ (σκάφος χωρίς κλίση), βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου $\theta(s)/d(s)$. Ποιο είναι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης όταν $d = 2Nm$;

(ι) Βρείτε τη χαρακτηριστική εξίσωση της συνάρτησης κλειστού βρόχου. Υπολογίστε τα κέρδη ελέγχου K_P, K_D, K_I έτσι ώστε όλοι οι πόλοι κλειστού βρόχου να είναι στο -4 rad/s. Χρησιμοποιήστε το Matlab/Simulink ή ανάλογο πρόγραμμα και βρείτε την απόκριση που αντιστοιχεί σε διαταραχή $d = 2Nm$. Σχολιάστε την απόκριση.

Άσκηση 3

Σε δεξαμενή εισέρχεται διάλυμα ουσίας A με παροχή Q όπου μετασχηματίζεται σε ουσία B και εκρέει με την ίδια παροχή. Το διάλυμα μέσα στη δεξαμενή έχει ομοιόμορφη πυκνότητα C και ομοιόμορφη θερμοκρασία T. Το χημικό σύστημα ελέγχεται μετρώντας τη θερμοκρασία T του διαλύματος και ρυθμίζοντας κατάλληλα την παροχή ψυκτικού υγρού Q_u στο περίβλημα δεξαμενής μέσω μιας ηλεκτρικής βάνας. Η θερμοκρασία του περιβλήματος της δεξαμενής T_t θεωρείται ομοιόμορφη. Η απόκριση του συστήματος περιγράφεται από την επίλυση τριών μη γραμμικών εξισώσεων ως προς C, T και T_t με είσοδο την παροχή Q_u. Οι εξισώσεις αυτές γραμμικοποιήθηκαν γύρω από το σημείο λειτουργίας του συστήματος και δίνονται παρακάτω.



Σχήμα 3-1. Δεξαμενή με έλεγχο θερμοκρασίας.

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{C} \\ \delta\dot{T} \\ \delta\dot{T}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.7 & -2.13\times10^{-4} & 0 \\ 696 & 2.9 & 2.4 \\ 0 & 6.5 & -19.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta C \\ \delta T \\ \delta T_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.16 \end{bmatrix} \delta Q_u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta C \\ \delta T \\ \delta T_t \end{bmatrix}$$

όπου το δ δηλώνει μικρή μεταβολή της αντίστοιχης μεταβλητής από το επιθυμητό σημείο λειτουργίας. Η έξοδος που μας ενδιαφέρει είναι οι διακυμάνσεις της θερμοκρασίας της ουσίας Α στη δεξαμενή.

(α) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του που συνδέει τη δT με την είσοδο δQ_u.

(β) Βρείτε τους πόλους και τους μηδενιστές της συνάρτησης μεταφοράς που βρήκατε στο (α). Είναι το σύστημα ευσταθές;

(γ) Υποθέτουμε ότι η παροχή του ψυκτικού υγρού αυξάνεται κατά μια μονάδα βηματικά, δηλαδή $\delta Q_u = 1, t > 0$. Βρείτε αναλυτικά την απόκριση της δT για 2 ώρες και μηδενικές αρχικές συνθήκες. Επαληθεύστε με χρήση Matlab/Simulink. Είναι το σύστημα ευσταθές; Τι παρατηρείτε;

(δ) Βρείτε με χρήση Matlab/Simulink την απόκριση της εξόδου, όταν η είσοδος είναι μηδενική $\delta Q_u = 0$, και οι αρχικές συνθήκες $\delta C(0) = 10^{-5}, \delta T(0) = 0, \delta T_t(0) = 0$ (δηλαδή για ελαφρά μεγαλύτερη συγκέντρωση από ό,τι η επιθυμητή). Τι παρατηρείτε;

(ε) Μας ενδιαφέρει να δούμε εάν μπορούμε να επιτύχουμε ευσταθή απόκριση με χρήση ελέγχου τύπου P ($\delta Q_u = K_P(\delta T_d - \delta T)$), όπου δT_d η επιθυμητή απόκλιση της θερμοκρασίας). Χρησιμοποιήστε το κριτήριο Routh Hurwitz για να βρείτε εάν η απόκριση μπορεί να είναι ευσταθής. Για ποιες τιμές του K_P συμβαίνει αυτό;

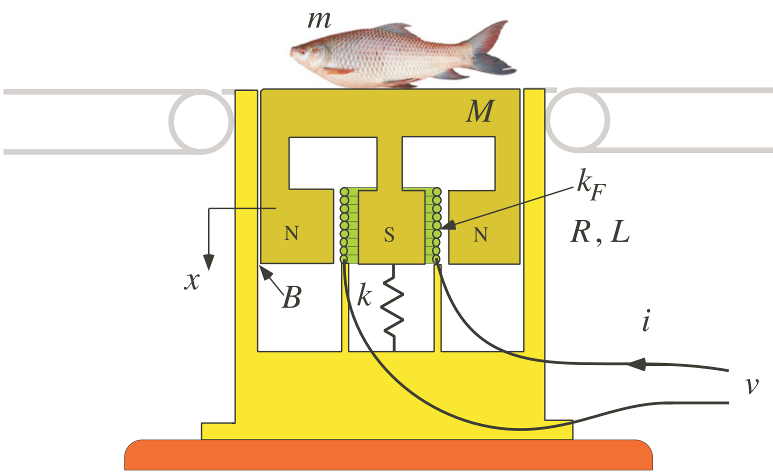
(στ) Επειδή οι παράμετροι στο σύστημα αυτό μεταβάλλονται πολύ, θέλουμε οι πόλοι του να έχουν πραγματικό μέρος μικρότερο του -1,8 rad/s (σχετική ευστάθεια). Χρησιμοποιήστε το κριτήριο Routh Hurwitz για να βρείτε το κατάλληλο K_P. Βρείτε την απόκριση του συστήματος για βηματική εντολή, δηλαδή για $\delta T_d = 1$.

Άσκηση 4

Η Ελλάδα έχει μεγάλο αριθμό ιχθυοτροφείων με μεγάλες εξαγωγές (12% των εξαγωγών της Ελλάδος). Αυτές εξαρτώνται από την ποιότητα των ψαριών και αυτή με τη σειρά της προϋποθέτει γρήγορο πακετάρισμα των κατεψυγμένων ψαριών και συσκευασία τους σε κιβώτια όπου σε κάθε κιβώτιο, το κάθε ψάρι έχει πολύ μικρή απόκλιση σε βάρος από τα άλλα. Έτσι, απαιτείται ζύγισμα των ψαριών όταν κινούνται με μεγάλη ταχύτητα προς τη συσκευασία τους.

Οι κοινοί ζυγοί είναι που βασίζονται σε ελατήρια ή ηλεκτρομηκυνσιόμετρα είναι αργοί και επομένως τα σφάλματα στη μέτρηση του βάρους είναι μεγάλα. Μας ενδιαφέρει λοιπόν να εξετάσουμε μία άλλη μέθοδο ζύγισης. Βασιζόμαστε στη διάταξη της Άσκησης 1 Μοντελοποίησης, με σκοπό να προχωρήσουμε στο σχεδιασμό ενός ζυγού ταχείας απόκρισης. Όπως αναφέρθηκε ήδη, ο ζυγός πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση του βάρους κατεψυγμένων ψαριών που κινούνται σε ιμάντες με μεγάλη ταχύτητα με σκοπό την γρήγορη ταξινόμησή τους στο κατάλληλο κιβώτιο. Σε κάποιο σημείο, οι ιμάντες διακόπτονται και παρεμβάλλεται ο ζυγός. Το κάθε ψάρι παραμένει στο ζυγό για πολύ λίγο χρόνο, της τάξης του 1s. Σε αυτό το χρόνο, το ψάρι πρέπει να ζυγισθεί, δηλαδή η μέτρηση του βάρους του να έχει σταθεροποιηθεί στο 2% της πραγματικής του τιμής.

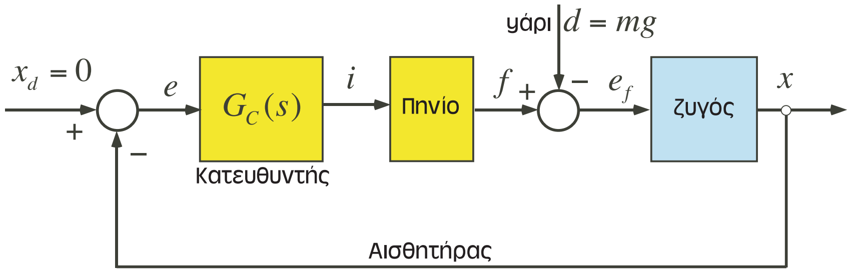
Η αρχή λειτουργίας του ζυγού είναι ως εξής: Όταν ο ζυγός είναι κενός, τότε $x = 0$, βλ. Σχ. 4-1. (Το βάρος της κινούμενης πλάκας με μάζα Μ αντισταθμίζεται από αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου). Όταν ένα ψάρι προωθηθεί στο ζυγό, τότε λόγω του βάρους του, τείνει να εμφανισθεί μία μετατόπιση x της πλάκας του ζυγού. Η μετατόπιση μετράται με αισθητήρα LVDT. Ορίζοντας στο σύστημα ελέγχου ως επιθυμητή μετατόπιση την $x_d = 0$, βλ. Σχ. 4-2, ο κατευθυντής εφαρμόζει στο πηνίο φωνής κατάλληλο ρεύμα έτσι ώστε αυτό να επιβάλλει τη δύναμη που απαιτείται για να εξουδετερωθεί η μετατόπιση αυτή. Τότε, το βάρος του ψαριού είναι ίσο με τη δύναμη που επιβάλλει το πηνίο φωνής στη μόνιμη κατάσταση και που βρίσκεται από μέτρηση του ρεύματος του πηνίου ($f(t) = k_F\, i(t)$).



Σχήμα 4-1. Ζυγός ταχείας απόκρισης με είσοδο ρεύματος.

Οι παράμετροι του ζυγού βρέθηκαν από πειράματα και τη φυσική του πηνίου φωνής και είναι οι εξής: $R = 4\Omega, L = 1mH, k_F = 8N/A$, $M = 0,5kg, k = 10^4 N/m$, $B = 5Ns/m$. Τα ψάρια που μας ενδιαφέρουν εδώ έχουν μάζα $m = 0,5kg$.

Καταρχάς θεωρούμε ότι ο κατευθυντής ορίζει το ρεύμα i του ζυγού. Το ψάρι εμφανίζεται ως διαταραχή δύναμης $d = mg$ στο ζυγό.



Σχήμα 4-2. Δομικό διάγραμμα ελέγχου ζυγού.

(α) Χρησιμοποιώντας ως βάση την Άσκηση 1 Μοντελοποίησης, (με είσοδο το ρεύμα στο πηνίο i), βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $G_p(s) = x(s)/e_f(s)$ που συνδέει τη συνισταμένη δύναμη $e_f(s)$ με τη μετατόπιση $x(s)$ του κινητού μέρους του ζυγού.

(β) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $G_a(s) = f(s)/i(s)$ που συνδέει την είσοδο ρεύματος $i(s)$ με τη δύναμη που εφαρμόζει το πηνίο $f(s)$.

Θεωρήστε ότι ο ιμάντας τροφοδοσίας προωθεί ένα ψάρι στο ζυγό. Το ψάρι είναι μια βηματική διαταραχή δύναμης $d(s) = mg/s$, αυξάνει όμως και τη συνολική μάζα που επιταχύνεται. Η εντολή προς το σύστημα ελέγχου είναι $x_d = 0$, βλ. Σχ. 4-2.

(γ) Τι τύπου είναι η εγκατάσταση ανοικτού βρόχου; Επιλέξτε ένα κατευθυντή με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_C(s) = i(s)/e(s)$$

έτσι ώστε το σφάλμα στη μέτρηση του βάρους να μηδενίζεται για κάθε ψάρι, δηλ. $e_{f.ss} = f(\infty) - mg = 0$ όπου $f(t) = k_F\, i(t)$ το μετρούμενο βάρος.

(δ) Σχεδιάστε το δομικό διάγραμμα του συστήματος κλειστού βρόχου και βρείτε τις συναρτήσεις μεταφοράς:

$$G_x(s) = x(s)/d(s)$$
$$G_i(s) = i(s)/d(s)$$
$$G_v(s) = v(s)/d(s)$$
$$G_f(s) = e_f(s)/d(s)$$

(ε) Επιλέξτε τις παραμέτρους του κατευθυντή έτσι ώστε το σφάλμα στη μέτρηση του βάρους του ψαριού $e_f(t)$ να είναι μικρότερο από 2% του βάρους του ψαριού σε χρόνο το πολύ ίσο με 1s και $M_P = 1,4\%$. Εάν αυτό δεν είναι επιτεύξιμο, χαλαρώστε την απαίτηση για την υπερακόντιση.

(στ) Υποθέτοντας ένα ψάρι 0,5kg, χρησιμοποιήστε το Matlab/Simulink ή ανάλογο πρόγραμμα και βρείτε την απόκριση της τάσης στα άκρα του πηνίου $v(s) = v_L(s)$ και του ρεύματος $i(s) = i_L(s)$ που το διαρρέει. Επίσης, δώστε την απόκριση της μετατόπισης (βύθισης) του ζυγού $x(s)$ και του σφάλματος βάρους του ψαριού $e_f(s)$. Πληροί η απόκριση αυτή τις προδιαγραφές που τέθηκαν;