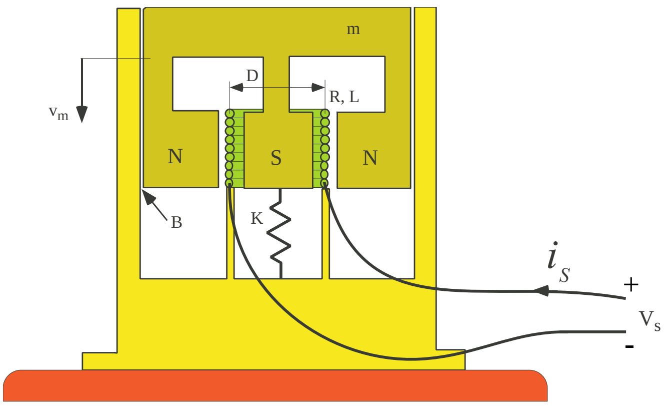
Μέρος 1

Μοντελοποίηση

Άσκηση 1

Η διάταξη του Σχ. 1-1 μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ζυγός ταχείας απόκρισης. Αποτελείται από μία κινούμενη μαγνητική βάση μάζας m που ολισθαίνει κατακόρυφα και στηρίζεται σε ελατήριο σκληρότητας K. Περιμετρικά υπάρχει λίπανση που δημιουργεί τριβή με συντελεστή ιξώδους B. Στο κάτω μέρος της βάσης υπάρχει ακίνητο πηνίο φωνής το οποίο έχει αντίσταση R και αυτεπαγωγή L. Το πηνίο εφαρμόζει δύναμη στην κινούμενη μάζα που εξαρτάται από το ρεύμα από το οποίο διαρρέεται. Θεωρήστε καταρχάς ότι η είσοδος είναι η τάση V_S που επιβάλλεται στο πηνίο από ενισχυτή τάσης (voltage mode). Οι παράμετροι του συστήματος είναι οι εξής: $R = 4\Omega$, $L = 1mH$, $m = 0,5kg$, $k = 10^4 N/m$ και $B = 5Ns/m$. Η σταθερά του πηνίου είναι $k_c = 5N/A$. (Σημ. Να απαντηθούν τα ερωτήματα αρχικά παραμετρικά και στη συνέχεια να γίνουν οι αριθμητικές αντικαταστάσεις).



Σχήμα 1-1. Ζυγός ταχείας απόκρισης.

(α) Αναπτύξτε το φυσικό μοντέλο συγκεντρωμένων στοιχείων του ζυγού και εξηγήστε όλες τις υποθέσεις που κάνατε.

(β) Κατασκευάστε το γραμμικό γράφο που αντιστοιχεί στο φυσικό μοντέλο.

(γ) Βρείτε το κανονικό δένδρο και αναγνωρίστε τις πρωτεύουσες και δευτερεύουσες μεταβλητές και την τάξη του συστήματος.

(δ) Κατασκευάστε τις εξισώσεις κατάστασης και γράψτε τις σε μητρωική μορφή.

(ε) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς ανοικτού βρόχου $G_p(s)$ που συνδέει την έξοδο v_m με την είσοδο V_S .

(στ) Βρείτε τους πόλους της $G_p(s)$. Σε ποια δυναμική οφείλεται ο κάθε ένας από αυτούς; Υπάρχουν κυρίαρχοι πόλοι; Εάν ναι, απλοποιήστε τη δυναμική του συστήματος σε σύστημα δεύτερης τάξης κρατώντας μόνο τους κυρίαρχους πόλους. Προσέξτε ώστε το κέρδος της $G_p(s)$ για $s = 0$ (δηλαδή το κέρδος σε DC είσοδο) να μην μεταβληθεί. *Σημείωση*. Αυτό το ερώτημα μπορεί να απαντηθεί μετά το μάθημα για κυρίαρχους πόλους.

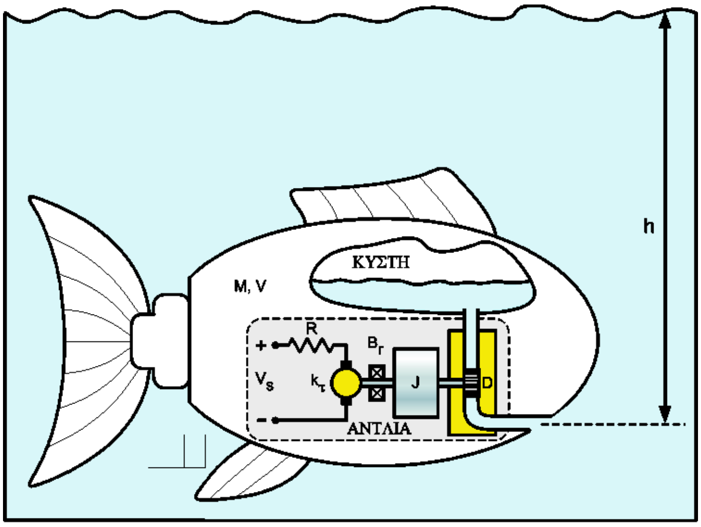
Επαναλάβετε τα ερωτήματα (α)-(στ) υποθέτοντας ότι η είσοδος στο πηνίο είναι το *ρεύμα* i_S που επιβάλλεται στο πηνίο από ενισχυτή ρεύματος (current mode). Τι παρατηρείτε;

Άσκηση 2

Για να μπορεί να αξιοποιηθεί πλήρως ένα ρομποτικό ψάρι, πέρα από το να κινείται πρέπει να μπορεί και να μεταβάλλει ή/ να διατηρεί το βάθος του. Για το σκοπό αυτό, το εξοπλίζουμε με μια μικρή αντλία θετικής μετατόπισης συνεχούς ρεύματος και με μία τεχνητή κύστη. Τα τοιχώματα του ψαριού είναι ασυμπίεστα. Όταν η αντλία απορροφά νερό από το περιβάλλον και το μεταφέρει στην κύστη, το ψάρι κατεβαίνει πιο βαθιά, ενώ όταν το νερό της κύστης επιστρέφει στο περιβάλλον, το ψάρι ανεβαίνει.

Στο Σχ. 2-1 παρουσιάζεται η διάταξη. Με $V_S\,[V]$ συμβολίζεται η τάση που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες της αντλίας, με $R\,[\Omega]$ συμβολίζεται η αντίσταση του κυκλώματος του κινητήρα συνεχούς ρεύματος, με $k_\tau\,[Nm/A]$ η σταθερά ροπής του κινητήρα, με $B_r\,[Nms/rad]$ η δυναμική τριβή στα έδρανα του δρομέα της αντλίας, με $J\,[kgm^2]$ η ισοδύναμη ροπή αδράνειας του δρομέα και των στρεφόμενων μερών της αντλίας, με $D\,[m^3]$ η μετατόπιση όγκου της αντλίας και με $h\,[m]$ το βάθος του ψαριού. Το ψάρι αρχικά περιέχει μικρή ποσότητα νερού μέσα στην κύστη. Η συνολική μάζα του ψαριού συμπεριλαμβανόμενης και της αρχικής μικρής ποσότητας νερού στην κύστη, συμβολίζεται με $M\,[kg]$. Η αντλία διακινεί μάζα νερού $\mu\,[kg]$. Το μ μπορεί να πάρει θετικές και αρνητικές τιμές ανάλογα με το αν το νερό εισέρχεται ή εξέρχεται από το ψάρι. Ο σταθερός όγκος του ψαριού συμβολίζεται με $V\,[m^3]$.

Για καλύτερη κατανόηση, στο πρόβλημα αυτό θα εξετάσουμε πρώτα τη δυναμική του συστήματος αντλία-κύστη και στη συνέχεια τη δυναμική της κατακόρυφης κίνησης του ψαριού (αλλαγή βάθους).



Σχήμα 2-1. Σύστημα ελέγχου βάθους σε ρομποτικό ψάρι.

(α) Από πόσες ενεργειακές περιοχές αποτελείται το σύστημα; Ποιες είναι αυτές;

(β) Κατασκευάστε το γραμμικό γράφο του συστήματος διακίνησης νερού (αντλία). Να αμεληθούν η αυτεπαγωγή του κινητήρα συνεχούς ρεύματος, οι υδραυλικές αντιστάσεις και η αδράνεια του νερού στα σωληνάκια (πολύ μικρού μήκους) και η υδραυλική χωρητικότητα της τεχνητής κύστης (ύψος νερού πολύ μικρό). Πόσες εισόδους έχει το σύστημα;

(γ) Βρείτε το κανονικό δένδρο και αναγνωρίστε τις πρωτεύουσες και δευτερεύουσες μεταβλητές και την τάξη του συστήματος.

(δ) Κατασκευάστε τις εξισώσεις κατάστασης.

(ε) Η μεταβλητή που μας ενδιαφέρει (μεταβλητή εξόδου) είναι η *παροχή μάζας* του νερού, $q_\mu\ [kg/s]$, καθώς ο έλεγχος βάθους είναι δυνατός χάρη στη μάζα του νερού που διακινείται από την αντλία. Βρείτε τη διαφορική εξίσωση εισόδου εξόδου που περιγράφει την απόκριση της q_μ. Η υδροστατική πίεση για μικρά βάθη είναι αμελητέα, οπότε για λόγους απλοποίησης μπορεί να θεωρηθεί μηδέν.

(στ) Για λόγους απλοποίησης, φέρετε την εξίσωση που προέκυψε στη μορφή $\tau \cdot \dot{q}_\mu + q_\mu = k \cdot V_s$ όπου τ και k είναι οι ομαδοποιημένες παράμετροι που προκύπτουν.

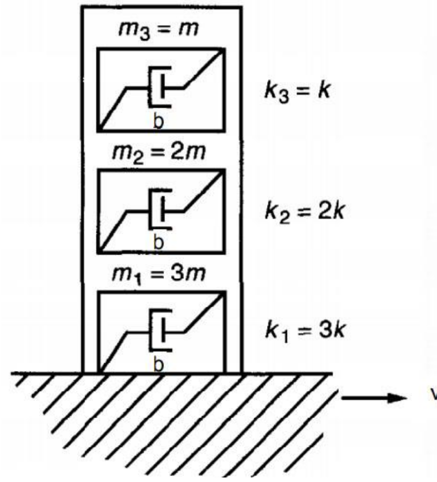
(ζ) Τώρα να εξετασθεί η δυναμική της κατακόρυφης κίνησης του ψαριού μέσα στο νερό. Αρχικά να προσδιοριστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο ψάρι όταν αυτό κινείται κατακόρυφα μέσα στο νερό. Έπειτα, να αναπτυχθεί η δυναμική με τη βοήθεια του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα. Η αντίσταση του νερού να θεωρηθεί ανάλογη της κατακόρυφης ταχύτητας $\upsilon = \dot{h}$ του ψαριού.

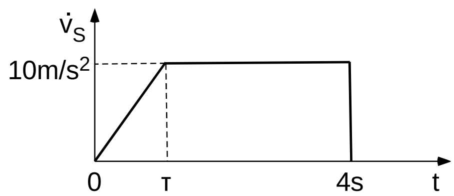
(η) Θεωρήστε ότι όταν το $\mu = 0$, τότε το ψάρι έχει ουδέτερη πλευστότητα, δηλ. η άνωση ισούται με το βάρος του. Επίσης, υποθέστε ότι η αδρανειακή δύναμη λόγω του μ μπορεί να αμεληθεί, ως υποπολλαπλάσια της αδρανειακής δύναμης $M \cdot \dot{\upsilon}$. Με αυτές τις υποθέσεις, να βρεθεί η νέα εξίσωση κατακόρυφης κίνησης.

(θ) Για τη συνολική δυναμική του συστήματος, οι μεταβλητές κατάστασης είναι η παροχή μάζας του νερού που διακινεί η αντλία q_μ, η διακινούμενη μάζα του νερού μ, η κατακόρυφη ταχύτητα του ψαριού υ και το βάθος του ψαριού h. Να γραφούν οι εξισώσεις κατάστασης και εξόδου του συνολικού συστήματος στην κανονική μητρωική μορφή. Ως είσοδος να θεωρηθεί η τάση που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες της αντλίας V_S και ως έξοδος το βάθος του ψαριού h.

Άσκηση 3

Θέλουμε να μελετήσουμε την επίδραση μιας σεισμικής ακολουθίας στην επάρκεια ενός τριώροφου κτηρίου. Το τριώροφο κτήριο μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα σύστημα τριών διασυνδεδεμένων μαζών (μάζες των ορόφων) με παράλληλα ελατήρια και αποσβεστήρες (ελαστικότητα κατασκευής με απόσβεση), όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-1(α). Σε περίπτωση εκδήλωσης οριζόντιου σεισμού, η οριζόντια κίνηση του εδάφους διεγείρει το κτήριο με αποτέλεσμα μετατοπίσεις στις μάζες των ορόφων ως προς την κατακόρυφο.





Σχήμα 3-1. (α) Τριώροφο κτήριο υπό την επίδραση οριζόντιου σεισμού, (β) Σεισμική επιτάχυνση.

(α) Κατασκευάστε ένα φυσικό μοντέλο του κτηρίου που περιγράφει την κίνηση των ορόφων στον οριζόντιο σεισμό. Αναγνωρίστε την είσοδο που επιβάλλεται στο κτήριο. Εξηγήστε το πως σκεφθήκατε. Η είσοδος πρέπει να είναι μεταβλητή ισχύος.

(β) Κατασκευάστε τον γραμμικό γράφο. Βρείτε το κανονικό δένδρο και αναγνωρίστε τις πρωτεύουσες και δευτερεύουσες μεταβλητές και την τάξη του συστήματος. Ποιες είναι οι μεταβλητές κατάστασης;

(γ) Κατασκευάστε τις εξισώσεις κατάστασης και τις εξισώσεις εξόδου εάν οι έξοδοι είναι οι σχετικές μετατοπίσεις των τριών ορόφων.

(δ) Δίνονται οι ακόλουθες τιμές των παραμέτρων: $k = 3,5025\times 10^9\,\mathrm{N/m}$, $m = 1,0508\times 10^6\,\mathrm{kgr}$, $b = 4,2030\times 10^5\,\mathrm{Ns/m}$. Προσομοιώστε την απόκριση του δυναμικού συστήματος με είσοδο το προφίλ επιτάχυνσης που δίνεται στο Σχήμα 3-1(β) για $\tau = 0,4s,\ 0,6s,\ 0,8\mathrm{s}$.

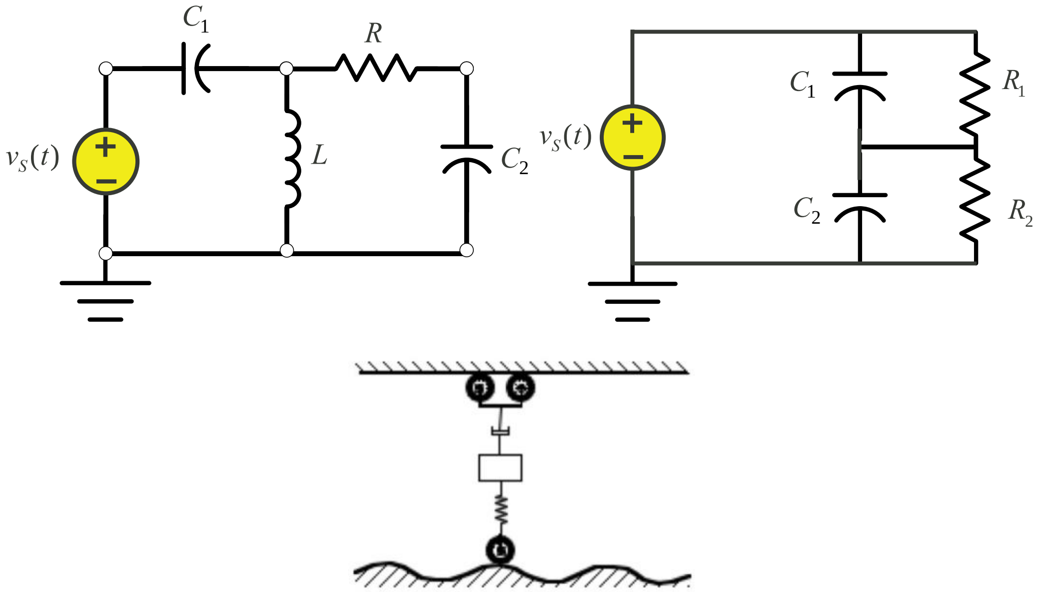
(ε) Αν σοβαρή βλάβη του κτηρίου παρουσιάζεται όταν η παραμόρφωση μεταξύ των διαδοχικών ορόφων ξεπεράσει τα $0,05\mathrm{m}$, θα αντέξει το κτήριο τον σεισμό για τα προφίλ επιτάχυνσης του προηγούμενου ερωτήματος;

(στ) Επαναλάβετε τα δύο προηγούμενα ερωτήματα για $\tau = 0,6\mathrm{s}$ με τις ακόλουθες τιμές παραμέτρων απόσβεσης $b' = a\cdot b$ όπου $a = 10,\,100$. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

(ζ) Πως μεταβάλλεται ο γραμμικός γράφος εάν παράλληλα με τα ζεύγη ελατηρίων και αποσβεστήρων τοποθετηθούν έμβολα τα οποία εφαρμόζουν ελεγχόμενες δυνάμεις; Σε αυτή την περίπτωση, τι θα αλλάξει στις εξισώσεις κατάστασης;

Άσκηση 4

Για τα συστήματα του Σχ. 4-1 (στο μηχανικό μας ενδιαφέρει η κατακόρυφη δυναμική):



Σχήμα 4-1. Φυσικά μοντέλα συστημάτων.

(α) Κατασκευάστε το γραμμικό γράφο.

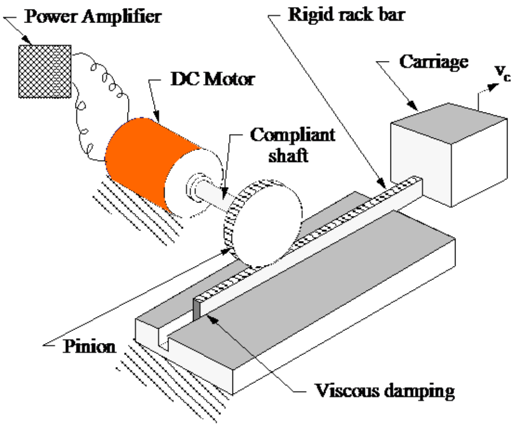
(β) Βρείτε το κανονικό δένδρο και αναγνωρίστε τις πρωτεύουσες και δευτερεύουσες μεταβλητές και την τάξη του συστήματος.

(γ) Κατασκευάστε τις εξισώσεις κατάστασης και γράψτε τις στην κανονική μητρωική μορφή.

(δ) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς που συνδέει τη είσοδο του κάθε συστήματος με έξοδο την v_{C_2} για τα δύο πρώτα συστήματα και με την κατακόρυφη ταχύτητα της μάζας για το τρίτο.

Άσκηση 5

Ένας μηχανισμός κανόνα-πινιόν (βλ. Σχ. 5-1) χρησιμοποιείται για να κινήσει το φορείο μιας εργαλειομηχανής.



Σχήμα 5-1. Οδήγηση φορείου.

Ο ενισχυτής ισχύος είναι ικανός να παρέχει οποιοδήποτε ρεύμα (i_S) στον DC κινητήρα με σταθερά ροπής K_T , ανεξάρτητα της τάσης του κινητήρα. Ο δρομέας του κινητήρα έχει αδράνεια (J_m) και υπόκειται σε ιξώδη τριβή (B_m). Η άτρακτος είναι παραμορφώσιμη (K). Η ακτίνα του πινιόν είναι r , και η ροπή αδράνειάς του J_p . Ο κανόνας μπορεί να θεωρηθεί στερεό σώμα, αλλά υπόκειται σε ιξώδη τριβή B_1 λόγω της γλύστρας. Η ισοδύναμη μάζα του κανόνα και του φορείου είναι m_C .

(α) Αναπτύξτε το φυσικό μοντέλο συγκεντρωμένων στοιχείων του συστήματος και εξηγήστε όλες τις υποθέσεις που κάνατε.

(β) Κατασκευάστε το γραμμικό γράφο που αντιστοιχεί στο φυσικό μοντέλο.

(γ) Βρείτε το κανονικό δένδρο και αναγνωρίστε τις πρωτεύουσες και δευτερεύουσες μεταβλητές και την τάξη του συστήματος.

(δ) Κατασκευάστε τις εξισώσεις κατάστασης και γράψτε τις στην κανονική μητρωική μορφή. Επαληθεύστε ότι η τάξη του συστήματος είναι n=3.

(ε) Βρείτε τη διαφορική εξίσωση εισόδου-εξόδου, θεωρώντας ως είσοδο το ρεύμα στα τυλίγματα του κινητήρα και έξοδο την ταχύτητα v_c του φορείου.

(στ) Βρείτε τη χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος, και εκφράστε την ομογενή λύση της διαφορικής εξίσωσης, που έχετε βρει στο ερώτημα (ε).

(ζ) Βρείτε την ειδική λύση όταν το ρεύμα που οδηγεί τον κινητήρα είναι $i_S = 5A$.

(η) Υποθέτοντας αρχικές μηδενικές συνθήκες, και μία είσοδο βαθμίδας $i_S = 5A$, βρείτε την *απόκριση της ταχύτητας*, v_c , και σχεδιάστε την. Είναι η απόκριση ικανοποιητική; Σημείωση: Τα βήματα (στ)-(η) μπορούν να ενοποιηθούν εάν χρησιμοποιηθεί η εύρεση της απόκρισης μέσω μετασχηματισμού Laplace και αντίστροφού του.

(θ) Βρείτε την απόκριση *μόνιμης κατάστασης* και για τις *τρεις* μεταβλητές κατάστασης, όταν $i_S = 5A$.

(ι) Χρησιμοποιώντας MATLAB, σχεδιάστε την *βηματική απόκριση* και για τις *τρεις* μεταβλητές κατάστασης ως συναρτήσεις του χρόνου. Συμφωνεί η απόκριση σταθερής κατάστασης, που έχετε βρει στο (θ) με την απόκριση που προέκυψε από το MATLAB; Συμφωνεί το αποτέλεσμα στο ερώτημα (η) με αυτό που έχετε βρει εδώ;

Χρησιμοποιήστε τις παρακάτω παραμέτρους συστήματος στους υπολογισμούς σας: $B_m = 0{,}03 Nms/rad$, $K = 8500 Nm/rad$, $J_m = 0{,}0075 Nms^2/rad$, $B_1 = 15 Ns/m$, $m_c = 65 kg$, $r = 10 cm$, $J_p = 0{,}0025 Nms^2/rad$ και $K_T = 1 Nm/A$.