



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Μηχανολογικών Κατασκευών και Αυτομάτου Ελέγχου

2.3.2007.6 Μοντελοποίηση & Αυτόματος Έλεγχος Συστημάτων

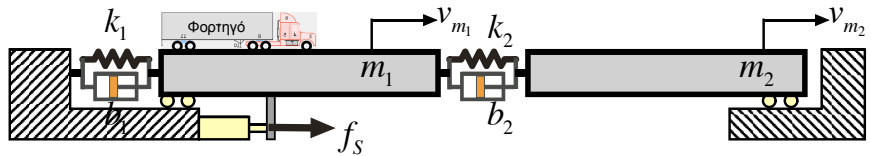
Παρατηρήσεις

- Έχετε τη σπουδαστική σας ταυτότητα στο θρανίο.
- Μην ανοίξετε το παρόν πριν σας υποδειχθεί.
- Κλειστά βιβλία, μπορείτε να έχετε μαζί σας δύο (2) σελίδες A4 (διπλής όψης).
- Επιτρέπονται: Αριθμομηχανή, κανόνας, μοιρογνωμόνιο, μολύβι/ στυλό, 2 σελίδες A4.
- **ΑΠΑΓΟΡΕΥΟΝΤΑΙ τα ΚΙΝΗΤΑ. Πρέπει να είναι απενεργοποιημένα και όχι στο θρανίο.**
- Απαγορεύεται το κάπνισμα
- Μπορείτε να γράψετε με μπλε στυλό διαρκείας ή μαύρο μολύβι.
- Χρησιμοποιείτε για πρόχειρο τις αριστερές σελίδες. Καθαρογράψτε στα κενά.
- Οι αριθμοί σε παρενθέσεις αντιστοιχούν στις εκατοστιαίες μονάδες ανά ερώτηση.
- Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες.
- Μη ολοκληρωμένες λύσεις θα ληφθούν υπ' όψη.
- Το παρόν **επιστρέφεται**.
- **Καλή επιτυχία!**

Όνοματεπώνυμο		
Αριθμός Μητρώου		
Πρόβλημα 1		
Πρόβλημα 2		
Πρόβλημα 3		
Πρόβλημα 4		
Πρόβλημα 5		
Σύνολο	100	

Πρόβλημα 2 (30 μονάδες)

Πολλές μικρές γέφυρες έχουν σύστημα απόσβεσης για την οριζόντια μετατόπισή τους, ενώ σε απότομες δυνάμεις, παρουσιάζουν διαμήκεις ταλαντώσεις. Η μεταλλική γέφυρα της φωτογραφίας έχει στο αριστερό σημείο στήριξη μέσω ελατηρίου k_1 και αποσβεστήρα b_1 και μοντελοποιείται ως δύο σώματα με μάζες m_1, m_2 , ενωμένα με ελατήριο k_2 και αποσβεστήρα b_2 . Για να ελέγξουμε τις ταλαντώσεις της γέφυρας, χρησιμοποιούμε ηλεκτρικό έμβολο που εφαρμόζει δυνάμεις ελέγχου f_s . (# = πλήθος)



(α) (2) Ένα φορτηγό κινείται στη γέφυρα με σταθερή ταχύτητα. Πως μοντελοποιείται η δράση του;

(β) (6) Σχεδιάστε το γράφο του κυκλώματος, το κανονικό δένδρο και τους δεσμούς.

Γράφος	Δένδρο και Δεσμοί (με άλλο χρώμα ή διακεκομμένη)

(γ) (7) Γράψτε τις εξισώσεις των στοιχείων και τις ανεξάρτητες εξισώσεις συμβατότητας/ συνέχειας.

Εξισώσεις στοιχείων -> (#)	Εξισώσεις συμβατότητας -> (#)	Εξισώσεις συνέχειας -> (#)

(δ) (3) Ποια είναι η τάξη του συστήματος; Ποιες είναι οι μεταβλητές κατάστασης; Ποιες οι είσοδοι;

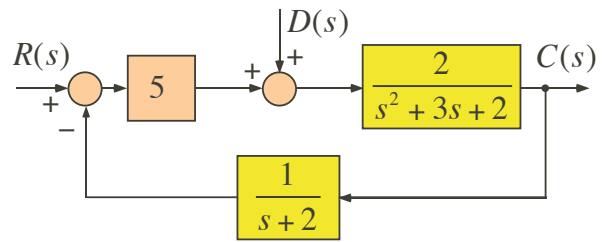
(ε) (6) Δώστε τις εξισώσεις κατάστασης και την εξίσωση εξόδου σε μητρωϊκή μορφή εάν έξοδος είναι η σχετική ταχύτητα $v = v_{m_2} - v_{m_1}$.

(στ) (3) Εξηγήστε τι πρέπει να κάνετε για να λάβετε την απόκριση της εξόδου, εάν αυτή είναι η επιτάχυνση \dot{v}_{m_1} .

(ζ) (3) Πως αλλάζουν οι εξισώσεις κατάστασης εάν το k_2 τείνει στο άπειρο; Εξηγήστε.

Πρόβλημα 2 (20 μονάδες)

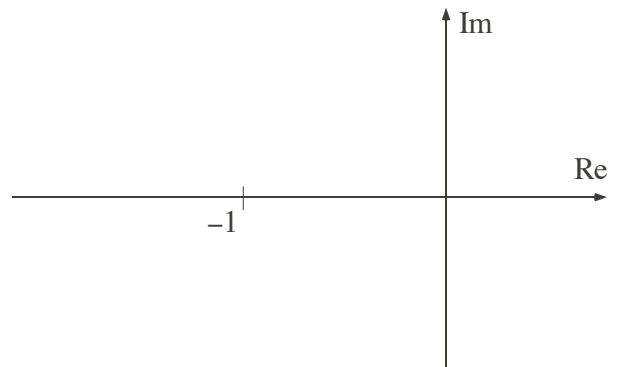
- (α) (10) Βρείτε τις συναρτήσεις μεταφοράς $C(s)/R(s)$ (με $D(s)=0$) και $C(s)/D(s)$ (με $R(s)=0$) που αντιστοιχούν στο παρακάτω δομικό διάγραμμα. Είναι το σύστημα κλειστού βρόχου *ευσταθές*;



- (β) (10) Η συνάρτηση ανοικτού βρόχου ενός συστήματος με μοναδιαία ανάδραση είναι η εξής:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

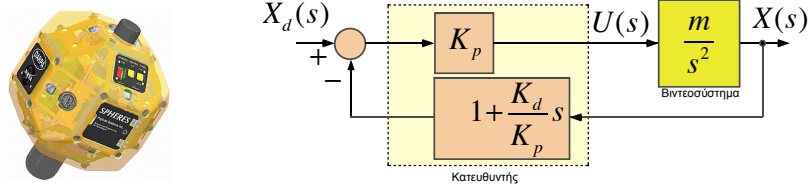
- (β1) Για $K=1$, χαράξτε κατά προσέγγιση το διάγραμμα Nyquist. Προσέξτε όμως ιδιαίτερα το διάγραμμα στις υψηλές και χαμηλές συχνότητες, και υπολογίστε το σημείο στο οποίο το διάγραμμα τέμνει τον πραγματικό άξονα.



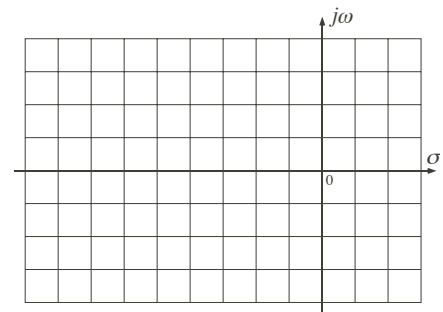
- (β2) Βρείτε το μέγιστο K για το οποίο το σύστημα είναι *ευσταθές* και χαράξτε προσεγγιστικά το διάγραμμα για αυτό το K (στο ίδιο σχήμα με το προηγούμενο).

Πρόβλημα 3 (25 μονάδες)

Θεωρούμε τον έλεγχο βιντεοσυστήματος (SPHERES) μάζας m που πετάει ελεύθερα στον διαστημικό σταθμό με τη βοήθεια μικρών προωθητήρων που εφαρμόζουν δύναμη u . Μελετάμε την κίνηση κατά τον άξονα x . Ο τύπος του ελέγχου που μας ενδιαφέρει έχει μέρη στον πρόσω βρόχο και στην ανάδραση.



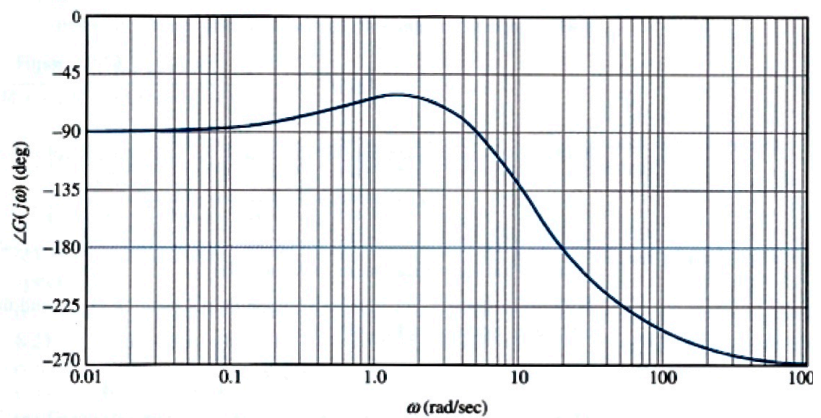
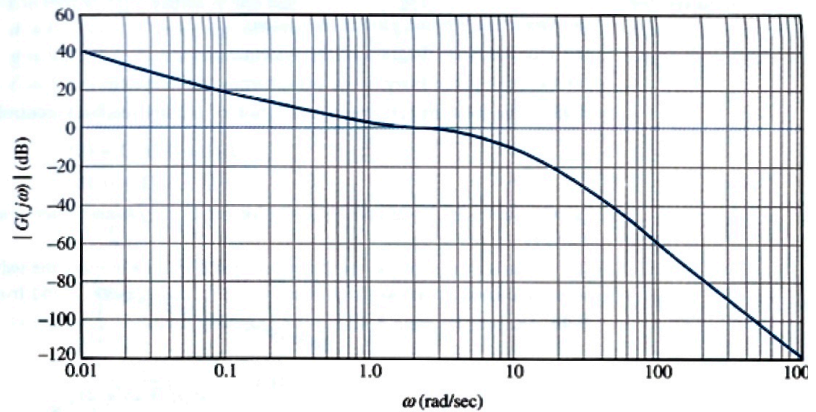
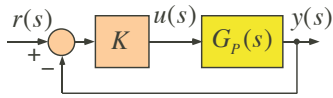
- (α) (5) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου $G_{cl}(s) = X(s) / X_d(s)$.
- (β) (5) Εάν $m = 1 \text{ kg}$, επιλέξτε τα κέρδη του κατευθυντή έτσι ώστε ο χρόνος αποκατάστασης να είναι $6s$ και η απόκριση να είναι όσο το δυνατόν γρήγορη, χωρίς υπερακόντιση.
- (γ) (5) Θέλουμε να μελετήσουμε την απόκριση του συστήματος για βιντεοσυστήματα διαφορετικής μάζας. Σχεδιάστε τον τόπο των ριζών κλειστού βρόχου, όταν τα κέρδη του κατευθυντή παραμένουν αυτά που υπολογίσατε στο (β) και η μάζα m μεταβάλλεται από $0 - \infty$. Εξηγήστε συνοπτικά.



- (δ) (5) Τι είδους απόκριση παίρνουμε για $0 < m < \infty$; Αναφέρετε κάθε διαφορετικό είδος απόκρισης ξεχωριστά, μαζί με την μάζα που αντιστοιχεί. Τι είδους απόκριση παίρνουμε για $m \gg 1$;
- (ε) (5) Χρησιμοποιώντας τη συνθήκη κέρδους, βρείτε για ποια μάζα m θα έχουμε ίδιο χρόνο αποκατάστασης με αυτόν που προκύπτει για $m \rightarrow \infty$. Ποιος είναι αυτός ο χρόνος; Εξηγήστε.

Πρόβλημα 4 (25 μονάδες)

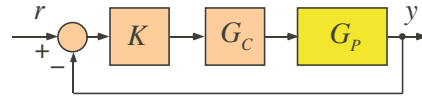
Τα διαγράμματα Bode του πρώτου βρόχου $KG_p(s)$ ενός συστήματος ελέγχου μοναδιαίας ανάδρασης, βρέθηκαν πειραματικά και δίνονται εδώ για κέρδος $K = 1$. Δείξτε τις απαντήσεις σας στο σχήμα.



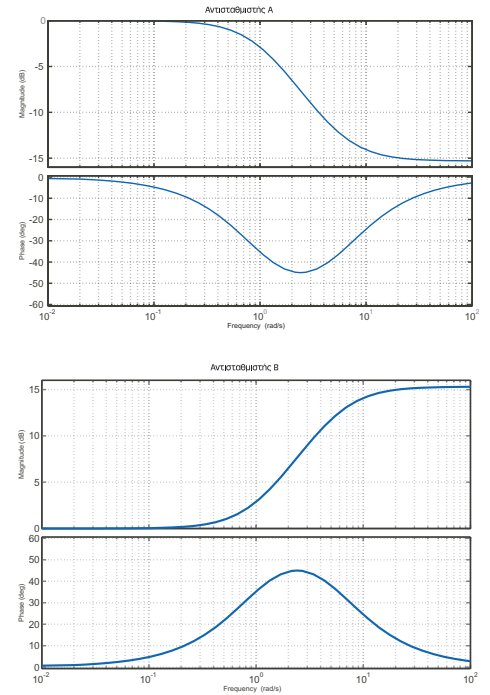
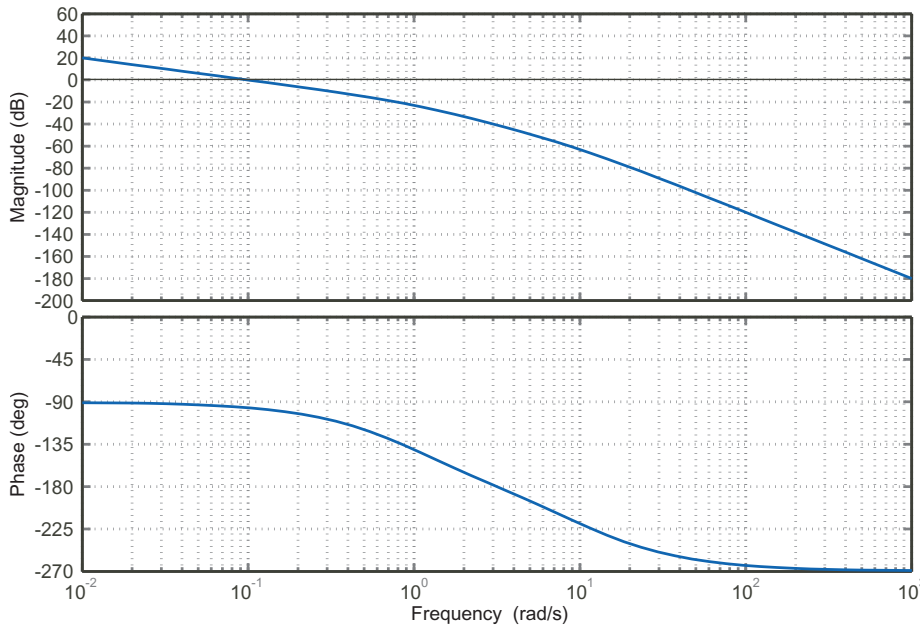
- (α) (4) Βρείτε το περιθώριο κέρδους και φάσης για κέρδος $K = 1$.
- (β) (3) Επαναλάβετε το (α) για την περίπτωση όπου το κέρδος K δεκαπλασιάζεται.
- (γ) (4) Τι τιμή πρέπει να έχει το κέρδος K , ώστε το περιθώριο κέρδους να είναι 40 dB;
- (δ) (4) Τι τιμή πρέπει να έχει το κέρδος K , ώστε το περιθώριο φάσης να είναι 45 deg;
- (ε) (4) Βρείτε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης, όταν η εντολή είναι μοναδιαία βηματική.
- (στ) (6) Με $K = 1$, προστίθεται καθυστέρηση $T = 0,1s$. Βρείτε το νέο περιθώριο κέρδους και φάσης.

Πρόβλημα 5 (20 μονάδες)

Μελετάτε τον έλεγχο κλειστού βρόχου και μοναδιαίας ανάδρασης ενός σερβοϋδραυλικού συστήματος. Λόγω της μεγάλης πολυπλοκότητας του συστήματος ανοικτού βρόχου, αποφασίσθηκε να χρησιμοποιηθούν τα διαγράμματα Bode της συνάρτησης μεταφοράς του, $G_p(s)$, που είχαν ληφθεί με χρήση αναλυτή φάσματος (spectrum analyzer). Στο εργαστήριο διαθέτετε δύο αντισταθμιστές, τους A & B, που επίσης η συνάρτηση μεταφοράς τους $G_C(s)$ είναι γνωστή μέσω των διαγραμμάτων Bode τους.



Διαγράμματα Bode της $G_p(s)$



- (α) (4) Εάν η G_p δεν έχει μηδενιστές, ποια είναι η σχετική τάξη της r ; Έχει ελεύθερους ολοκληρωτές;
- (β) (4) Εάν $K = 1$ και χωρίς αντισταθμιστή (δηλ. $G_C(s) = 1$), βρείτε το περιθώριο κέρδους και φάσης.
- (γ) (4) Τι είδους είναι οι αντισταθμιστές A και B; Επιθυμούμε να επιτύχουμε περιθώριο φάσης 45° για $\omega = 3 \text{ rad/s}$. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποιος από αυτούς; Ποιος;
- (δ) (4) Σχεδιάστε το νέο διάγραμμα Bode της συνάρτησης μεταφοράς $G_C G_p$ με $K = 1$, στο ίδιο με αυτό της $G_p(s)$. Βρείτε το περιθώριο κέρδους και φάσης που προκύπτει. Επιτεύχθηκε το (γ);
- (ε) (4) Ποιο είναι το μέγιστο κέρδος K για να είναι το σύστημα κλειστού βρόχου με τον αντισταθμιστή G_C που επιλέξατε ευσταθές;