

Όνοματεπώνυμο:	
Αριθμός Μητρώου:	Υπογραφή
Εξάμηνο:	

Εργαστήριο Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων και Συστημάτων

1η Εργαστηριακή Άσκηση: Απόκριση κυκλώματος RC σε βηματική και αρμονική διέγερση

Μέρος Α': Απόκριση στο πεδίο του χρόνου σε βηματική διέγερση

A1.1 Σκοπός του πειράματος

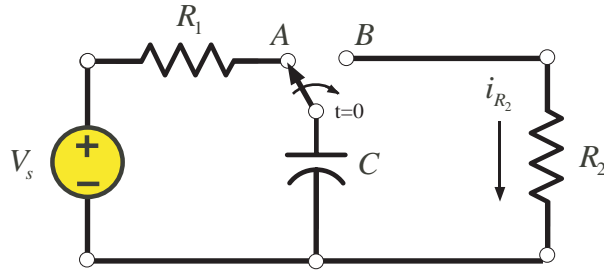
Οι στόχοι της εργαστηριακής άσκησης είναι:

- ✓ Η πειραματική παρατήρηση και μελέτη του φαινομένου της φόρτισης και εκφόρτισης πυκνωτή, σε κύκλωμα, $R - C$ σε σειρά, με τη βοήθεια παλμογράφου, για βηματική διέγερση.
- ✓ Η εξοικείωση με τα βασικά όργανα μέτρησης ηλεκτρικών μεγεθών, όπως το πολύμετρο και ο παλμογράφος καθώς και με διατάξεις παραγωγής σημάτων (γεννήτρια συχνοτήτων). Επεξηγείται ο τρόπος λειτουργίας τους καθώς και οι τεχνικές για τη μέτρηση διαφόρων μεγεθών. Η εξάσκηση θα πραγματοποιηθεί σε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα αποτελούμενα από αντιστάτες και πυκνωτές, πάνω σε κατάλληλες διατάξεις (breadboards). Η πειραματική διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω.

A1.2 Ανάλυση του κυκλώματος – Θεωρία

Στο Σχ. A1-1 εικονίζεται μία διάταξη φόρτισης-εκφόρτισης ενός πυκνωτή χωρητικότητας C . Ο πυκνωτής φορτίζεται για ένα διάστημα, στην περίπτωση που ο διακόπτης βρίσκεται αριστερά (θέση Α), με τη βοήθεια της σταθερής πηγής V_s . Όταν ο πυκνωτής ισορροπήσει δρα ως ανοικτοκύκλωμα και σε αυτή την κατάσταση η τάση του ισούται με την τάση της πηγής. Δηλαδή,

$$v_c(0^-) = v_{c0} = V_s \quad (A1-1)$$



Σχήμα A1-1. Διάταξη φόρτισης-εκφόρτισης πυκνωτή.

Όταν τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο διακόπτης του κυκλώματος μετακινηθεί δεξιά (θέση B) τότε ο δεξιός βρόχος του κυκλώματος διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_c = i_{R_2}$, με αποτέλεσμα ο πυκνωτής να αρχίσει να εκφορτίζεται. Με μία απλή εφαρμογή των ΝΡΚ και ΝΤΚ για το βρόχο αυτό λαμβάνεται,

$$\tau \frac{d}{dt} v_c(t) + v_c(t) = 0 \quad (\text{A1-2})$$

όπου $\tau = R_2 C$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή. Η λύση της Εξ. (A1-2) δίνεται από την,

$$v_c(t) = v_{c0} e^{-\frac{t}{R_2 C}} \quad (\text{A1-3})$$

και το ρεύμα που διαρρέει το δεξιό βρόχο δίνεται από την,

$$i_c(t) = \frac{1}{R_2} v_{c0} e^{-\frac{t}{R_2 C}} \quad (\text{A1-4})$$

Οι αποκρίσεις της τάσης του πυκνωτή και του ρεύματος που τον διαρρέει, κατά την εκφόρτισή του, για τιμές $V_s = 5V$, $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 100K\Omega$ και $C = 1\mu F$, απεικονίζονται στο Σχ. A1-2.

Στην περίπτωση που ο διακόπτης μετακινηθεί αριστερά, ο πυκνωτής αρχίζει να φορτίζεται πάλι. Με μία απλή εφαρμογή των ΝΡΚ και ΝΤΚ, για τον αριστερό βρόχο λαμβάνεται η εξίσωση που περιγράφει το κύκλωμα όταν ο πυκνωτής φορτίζεται,

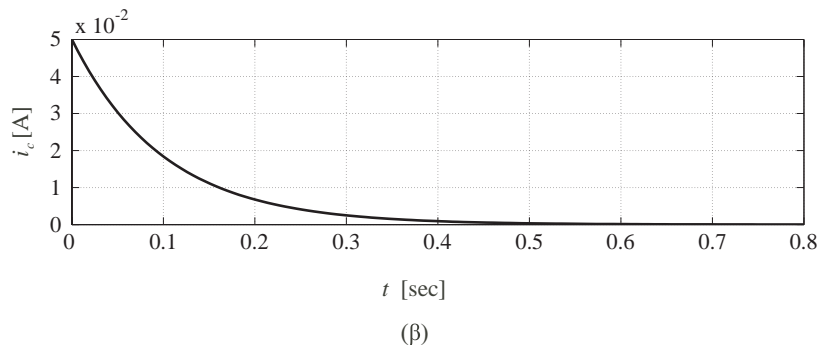
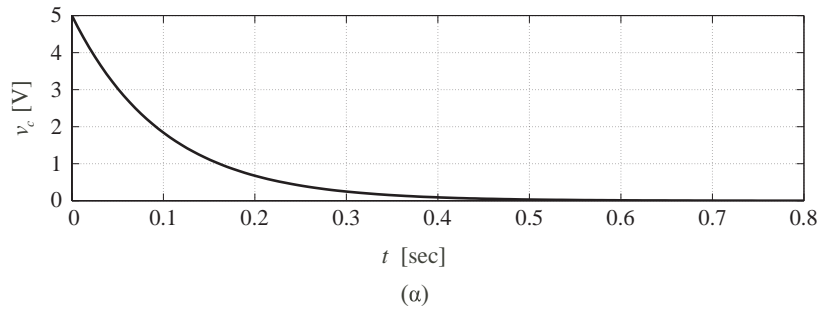
$$\tau' \frac{d}{dt} v_c(t) + v_c(t) = V_s \quad (\text{A1-5})$$

όπου $\tau' = R_1 C$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος κατά τη φόρτιση του πυκνωτή. Η λύση της Εξ. (A1-5) οδηγεί στην,

$$v_c(t) = v_{c0} (1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}}) \quad (\text{A1-6})$$

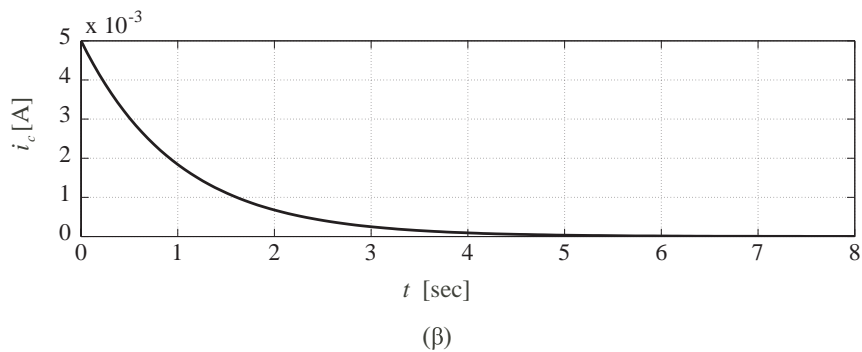
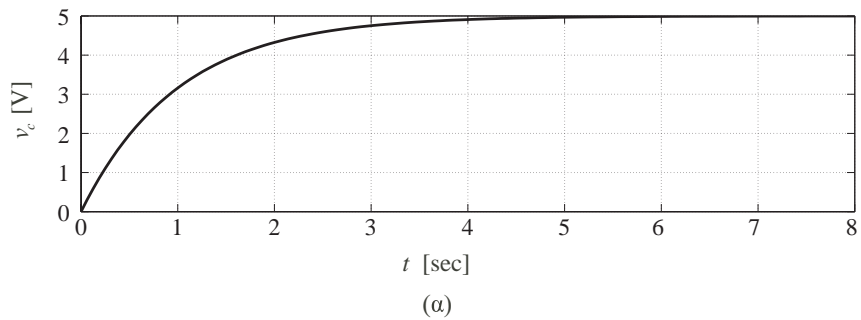
και το ρεύμα που διαρρέει τον αριστερό βρόχο του κυκλώματος δίνεται από την,

$$i_c(t) = \frac{1}{R_1} v_{c0} e^{-\frac{t}{R_1 C}} \quad (\text{A1-7})$$



Σχήμα A1-2. (α) Απόκριση της τάσης του πυκνωτή κατά την εκφόρτισή του, (β) απόκριση ρεύματος κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή.

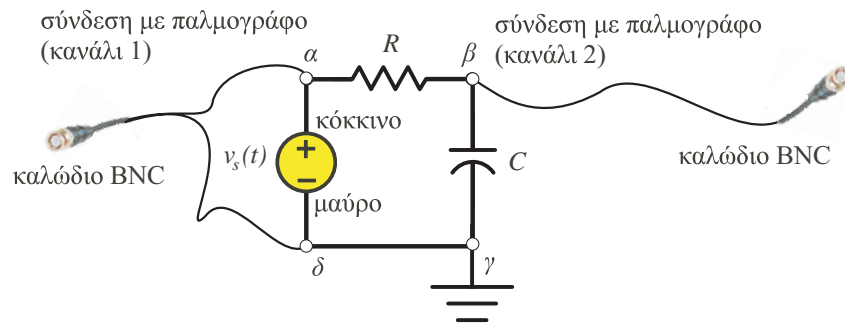
Οι αποκρίσεις της τάσης του πυκνωτή και του ρεύματος που τον διαρρέει, κατά τη φόρτισή του, για τιμές $V_s = 5V$, $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 100K\Omega$ και $C = 1\mu F$, απεικονίζονται στο Σχ. A1-3.



Σχήμα A1-3. (α) Απόκριση της τάσης του πυκνωτή κατά τη φόρτισή του, (β) απόκριση ρεύματος κατά τη φόρτιση του πυκνωτή.

A1.3 Πειραματικές Μετρήσεις

1. Πραγματοποιήστε τη συνδεσμολογία του Σχ. A1-4, για $C = 47nF$, $R = 20K\Omega$ και ρυθμίστε τη γεννήτρια συχνοτήτων για τετραγωνικό σήμα συχνότητας $100Hz$, πλάτους $8V$ (High Level $8V$, Low Level $0V$). Στον παλμογράφο ρυθμίστε την οριζόντια σάρωση (χρονική κλίμακα, $Sec / Division$) και την ενίσχυση κατακόρυφης απόκλισης ($Volts / Division$) στην κλίμακα που θα σας υποδειχθεί.



Σχήμα A1-4. Η πειραματική διάταξη του πρώτου πειράματος.

2. Ποιά είναι η τάξη του κυκλώματος; Είναι το κύκλωμα αυτό γραμμικό; Αν ναι, γιατί;

3. Γράψτε τη σχέση προσδιορισμού της χρονικής σταθεράς για το κύκλωμα του Σχ. A1-4.

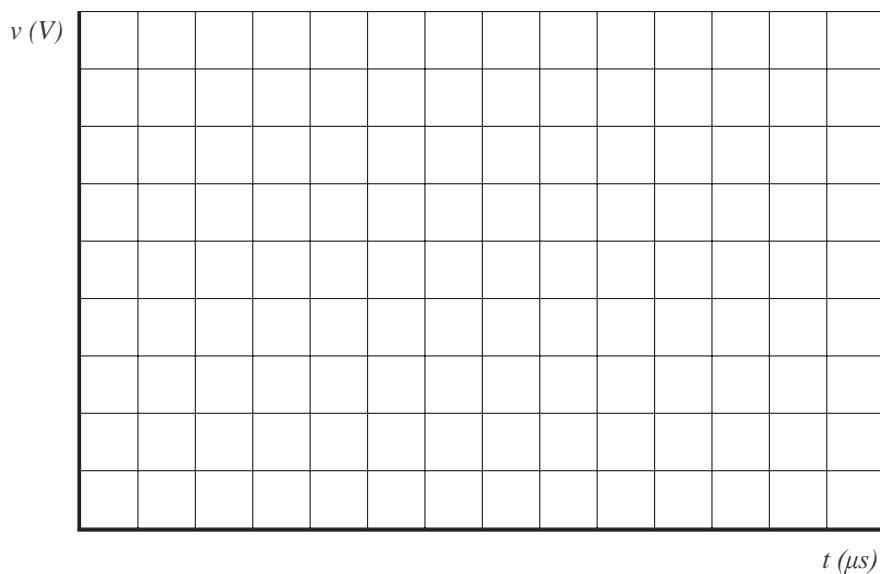
$\tau =$

3. Εξετάστε την απόκριση του κυκλώματος στη διάρκεια της πρώτης φόρτισης του πυκνωτή. Συγκεκριμένα, προσδιορίστε τη διαφορική εξίσωση που περιγράφει το κύκλωμα τότε και επιλύστε την στη γενική της μορφή.

4. (α) Σχεδιάστε στο διάγραμμα του Σχ. A1-5, την κυματομορφή εισόδου στο κύκλωμα (τάση γεννήτριας) καθώς και τη θεωρητική και την πειραματική καμπύλη φόρτισης του πυκνωτή (τάση στον πυκνωτή) με διαφορετικό χρώμα, για $C = 47nF$ και $R = 20K\Omega$ (για ευκολία της χάραξης της θεωρητικής καμπύλης συμπληρώστε τον Πιν. A1-1). Σημειώστε τις τιμές των κλιμάκων του παλμογράφου κάτω από το Σχ. A1-5.

Πίνακας A1-1. Υπολογισμός θεωρητικής απόκρισης του κυκλώματος του Σχ. A1-4 για $C = 47nF$, $R = 20K\Omega$.

Χρόνος t (sec)	Τάση πυκνωτή v_c (V)
0	
$\tau =$	
$2\tau =$	
$3\tau =$	
$4\tau =$	



Σχήμα A1-5. Κυματομορφή εισόδου και απόκριση της τάσης του πυκνωτή, για $C = 47nF$ και $R = 20K\Omega$ (θεωρητική και πειραματική καμπύλη).

Volts / Division = (κατακόρυφος άξονας)

Sec / Division = (οριζόντιος άξονας)

(β) Προσδιορίστε γραφικά, με βάση τις πειραματικές μετρήσεις, βλ. Σχ. A1-5, τη χρονική σταθερά του κυκλώματος τ , για $C = 47nF$ και $R = 20K\Omega$ και καταγράψτε την. Εξηγήστε

συνοπτικά τη διαδικασία εύρεσης της χρονικής σταθεράς τ .

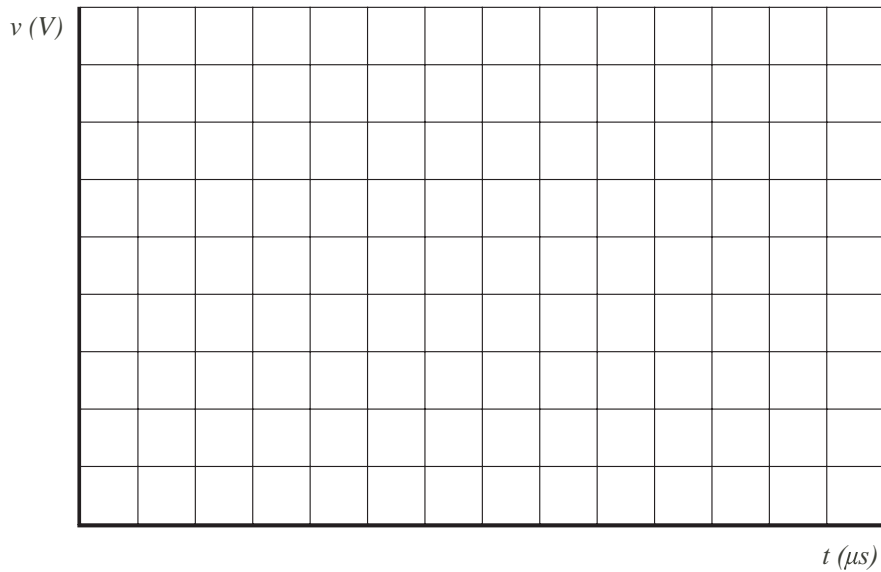
5. Στη συνέχεια, στην προσπάθεια να επαναληφθούν τα ίδια βήματα του ερωτήματος 4, για $C = 470\text{nF}$ και $R = 2\text{K}\Omega$, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι δεν χρειάστηκε να υλοποιηθεί το νέο κύκλωμα για αυτό το ζεύγος τιμών και συνεπώς δεν χρειάστηκε να ληφθούν εκ νέου πειραματικές μετρήσεις. Εξηγήστε συνοπτικά για ποιο λόγο συνέβη αυτό.

6. Πραγματοποιήστε τη συνδεσμολογία του Σχ. A1-4, για $C = 470\text{nF}$, $R = 1\text{K}\Omega$ και ρυθμίστε τη γεννήτρια συχνοτήτων και τον παλμογράφο, αν χρειαστεί, σύμφωνα με τις υποδείξεις του ερωτήματος 1.

(α) Σχεδιάστε στο διάγραμμα του Σχ. A1-6, την κυματομορφή εισόδου στο κύκλωμα (τάση γεννήτριας) καθώς και τη θεωρητική και την πειραματική καμπύλη φόρτισης του πυκνωτή (τάση στον πυκνωτή) με διαφορετικό χρώμα, για $C = 470\text{nF}$ και $R = 1\text{K}\Omega$ (για ευκολία της χάραξης της θεωρητικής καμπύλης συμπληρώστε τον Πιν. A1-2). Σημειώστε τις τιμές των κλιμάκων του παλμογράφου κάτω από το Σχ. A1-6.

Πίνακας A1-2. Υπολογισμός θεωρητικής απόκρισης του κυκλώματος του Σχ. A1-4 για $C = 470\text{nF}$, $R = 1\text{K}\Omega$.

Χρόνος t (sec)	Τάση πυκνωτή v_c (V)
0	
$\tau =$	
$2\tau =$	
$3\tau =$	
$4\tau =$	



Σχήμα A1-6. Κυματομορφή εισόδου και απόκριση της τάσης του πυκνωτή, για $C = 470\text{ nF}$ και $R = 1\text{ K}\Omega$ (θεωρητική και πειραματική καμπύλη).

Volts / Division = (κατακόρυφος άξονας)

Sec / Division = (οριζόντιος άξονας)

(β) Προσδιορίστε γραφικά, με βάση τις πειραματικές μετρήσεις, βλ. Σχ. A1-6, τη χρονική σταθερά του κυκλώματος τ , για $C = 470\text{ nF}$ και $R = 1\text{ K}\Omega$ και καταγράψτε την.

7. α) Συμπληρώστε τον Πιν. A1-3 καταγράφοντας τη χρονική σταθερά του κυκλώματος (θεωρητική και πειραματική τιμή) για τα ζεύγη τιμών R και C που αναφέρονται.

Πίνακας A1-3. Υπολογισμός σταθεράς του κυκλώματος του Σχ. A1-4 για διάφορες τιμές των R , C .

Χωρητικότητα πυκνωτή C	Αντίσταση R	Χρονική σταθερά τ (θεωρητική τιμή)	Χρονική σταθερά τ (πειραματική τιμή)
47 nF	$20\text{ K}\Omega$		
470 nF	$2\text{ K}\Omega$		
470 nF	$1\text{ K}\Omega$		

8. Συγκρίνετε τα διαγράμματα των Σχ. A1-5 και A1-6 και σχολιάστε τα αποτελέσματα. Τι παρατηρείτε;

Εργαστήριο Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων και Συστημάτων

Μέρος Β': Απόκριση στην ΗΜΚ - Διάταξη εύρεσης τιμής πυκνωτή σε αρμονική διέγερση

B1.1 Σκοπός του πειράματος

Οι στόχοι της εργαστηριακής άσκησης είναι:

✓ Η πειραματική παρατήρηση και μελέτη του φαινομένου της φόρτισης και εκφόρτισης πυκνωτή, σε κύκλωμα, $R-C$ σε σειρά, με τη βοήθεια παλμογράφου, για αρμονική διέγερση.

✓ Η εξοικείωση με τα βασικά όργανα μέτρησης ηλεκτρικών μεγεθών, όπως το πολύμετρο και ο παλμογράφος καθώς και με διατάξεις παραγωγής σημάτων (γεννήτρια συχνοτήτων). Επεξηγείται ο τρόπος λειτουργίας τους καθώς και οι τεχνικές για τη μέτρηση διαφόρων μεγεθών. Η εξάσκηση θα πραγματοποιηθεί σε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα αποτελούμενα από αντιστάτες και πυκνωτές, πάνω σε κατάλληλες διατάξεις (breadboards). Η πειραματική διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω.

✓ Η εύρεση της χωρητικότητας ενός πυκνωτή σε κύκλωμα $R-C$ σε σειρά, με τη βοήθεια μιας γεννήτριας αρμονικού σήματος.

B1.2 Ανάλυση του κυκλώματος – Θεωρία

Το μελετούμενο κύκλωμα είναι γραμμικό και αποτελείται από έναν αντιστάτη αντίστασης R και έναν πυκνωτή χωρητικότητας C συνδεδεμένους σε σειρά. Τα στοιχεία αυτά διεγείρονται από αρμονικό σήμα $v_s(t)$ μέσω μιας γεννήτριας συχνοτήτων, όπως φαίνεται στο Σχ. B1-1(α).

Είναι γνωστό από τη θεωρία ότι αν διεγείρουμε ένα γραμμικό κύκλωμα με ένα αρμονικό σήμα, τότε οι αποκρίσεις του κυκλώματος (τάσεις/ ρεύματα) στη μόνιμη κατάσταση θα είναι αρμονικές συναρτήσεις του χρόνου.

Α' τρόπος επίλυσης

Έστω ότι η αρμονική διέγερση του κυκλώματος περιγράφεται από την,

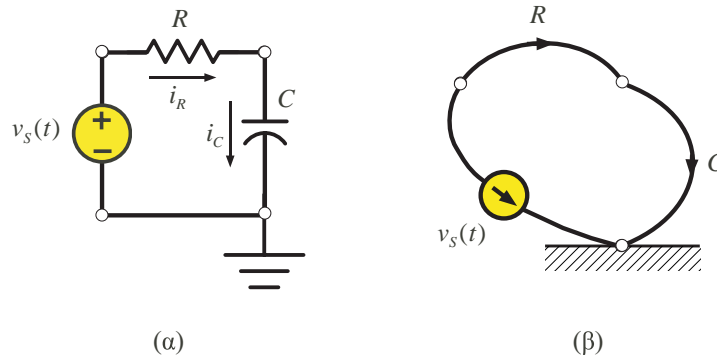
$$v_s(t) = V_s \sin(\omega t) \quad (\text{B1-1})$$

Η εξίσωση του στοιχείου του πυκνωτή δίνεται από την,

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} i_c \quad (\text{B1-2})$$

και η εξίσωση στοιχείου του αντιστάτη περιγράφεται από την,

$$v_R = Ri_R \quad (\text{B1-3})$$



Σχήμα B1-1. (α) Προτεινόμενη διάταξη εύρεσης τιμής πυκνωτή με χρήση γεννήτριας συχνοτήτων, (β) γραμμικός γράφος κυκλώματος.

Η μελέτη του κυκλώματος με τη μέθοδο των γραμμικών γράφων, βλ. Σχ. B1-1(β), οδηγεί στην εξίσωση,

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{RC} v_s(t) - \frac{1}{RC} v_c \quad (\text{B1-4})$$

η οποία είναι η εξίσωση κατάστασης του κυκλώματος.

Η επίλυση της Εξ. (B1-4) οδηγεί στην απόκριση της ΗΜΚ του κυκλώματος, η οποία περιγράφεται από την,

$$v_c = \frac{V_s}{\sqrt{(\tau\omega)^2 + 1}} \sin(\omega t - \varphi) \quad (\text{B1-5})$$

όπου $\varphi = \tan^{-1}(\tau\omega)$ είναι η διαφορά φάσης της τάσης του πυκνωτή v_c με την τάση διέγερσης v_s και $\tau = RC$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος. Από την τελευταία εξίσωση υπολογίζεται τελικά η χρονική σταθερά του κυκλώματος,

$$\tau = RC = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{V_s^2}{V_c^2} - 1} \quad (\text{B1-6a})$$

ή

$$\tau = \frac{\tan \varphi}{\omega} = \frac{\tan(\omega\Delta t)}{\omega} \quad (\text{B1-6β})$$

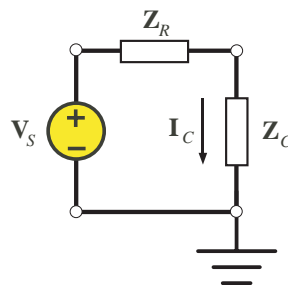
όπου V_c είναι το πλάτος της τάσης του πυκνωτή και Δt η χρονική διαφορά των μεγίστων των δύο κυματομορφών.

Β' τρόπος επίλυσης

Για την ίδια αρμονική διέγερση του κυκλώματος που περιγράφεται από την Εξ. (B1-1), σύμφωνα με τη θεωρία των σύνθετων αντιστάσεων, οι σύνθετες αντιστάσεις του κυκλώματος (βλ. Σχ. B1-2) είναι,

$$\mathbf{Z}_R = R \quad (\text{B1-7}\alpha)$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} \quad (\text{B1-7}\beta)$$



Σχήμα B1-2. Προτεινόμενη διάταξη εύρεσης τιμής πυκνωτή με χρήση γεννήτριας συχνοτήτων.

Ο φασιδείκτης της τάσης του πυκνωτή μπορεί να υπολογιστεί με διαίρεση τάσης για το κύκλωμα του Σχ. B1-2, δηλαδή,

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} \mathbf{V}_S \quad (\text{B1-8})$$

Η Εξ. (B1-8) μπορεί να γραφεί,

$$\frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{V}_S} = \frac{\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} \quad (\text{B1-9})$$

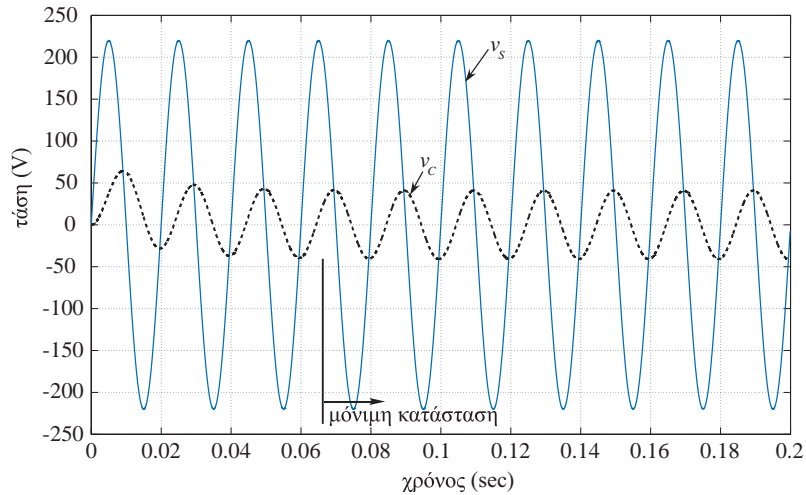
ή

$$\left\| \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{V}_S} \right\| = \left\| \frac{\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} \right\| \quad (\text{B1-10})$$

από την οποία μπορεί να υπολογιστεί εύκολα με τη βοήθεια των Εξ. (B1-7) η χρονική σταθερά του κυκλώματος,

$$\tau = RC = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\|\mathbf{V}_s\|^2}{\|\mathbf{V}_c\|^2} - 1} \quad (\text{B1-11})$$

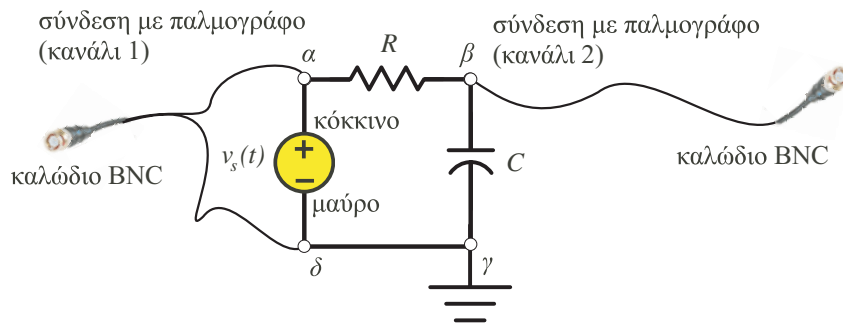
Οι κυματομορφές του κυκλώματος $v_s(t)$ και $v_c(t)$, για τιμές διέγερσης $V_s = 220V$, αντίστασης $R = 30K\Omega$ και χωρητικότητας πυκνωτή $C = 560nF$ παρουσιάζονται στο Σχ. B1-3.



Σχήμα B1-3. Κυματομορφές του μελετούμενου κυκλώματος, για τιμές διέγερσης $V_s = 220V$, αντίστασης $R = 30k\Omega$ και χωρητικότητας πυκνωτή $C = 560nF$.

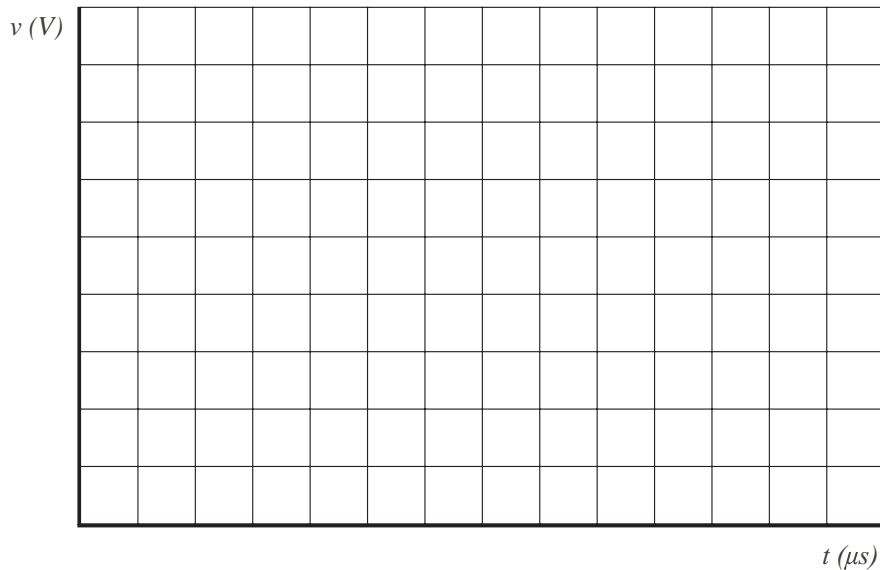
B1.3 Πειραματικές Μετρήσεις

1. Κατασκευάστε το κύκλωμα του Σχ. B1-4 με αντιστάτη αντίστασης $R = 10K\Omega$ και πυκνωτή (άγνωστης χωρητικότητας), ο οποίος θα σας δοθεί από τον υπεύθυνο.



Σχήμα B1-4. Η πειραματική διάταξη του δεύτερου πειράματος.

2. Ρυθμίστε τη γεννήτρια συχνοτήτων να παράγει ένα αρμονικό σήμα, με συχνότητα $f = 50Hz$, με μηδενικό DC offset και με τάση *peak-to-peak* $8V$ ($Ampl\ 8V_{PP}$, $Offset\ 0V_{DC}$).
3. Χρησιμοποιείστε τον παλμογράφο για να δείτε την κυματομορφή της τάσης γεννήτριας $v_s(t)$ και της τάσης του πυκνωτή $v_c(t)$. Σχεδιάστε έναν πλήρη κύκλο των σημάτων στο ίδιο διάγραμμα, βλ. Σχ. B1-5. Σημειώστε τις τιμές των κλιμάκων του παλμογράφου κάτω από το Σχ. B1-5.



Σχήμα B1-5. Απεικόνιση κυματομορφής της τάσης γεννήτριας και της τάσης του πυκνωτή.

Volts / Division = (κατακόρυφος άξονας)

Sec / Division = (οριζόντιος άξονας)

4. Μετρήστε με το πολύμετρο την ενεργό τιμή της τάσης στα άκρα του κυκλώματος και καταγράψτε την. Στη συνέχεια, υπολογίστε το πλάτος του σήματος της διέγερσης.

$$V_{s,rms} =$$

$$V_s =$$

5. Μετρήστε με το πολύμετρο την ενεργό τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή και καταγράψτε την. Στη συνέχεια, υπολογίστε το πλάτος της τάσης του πυκνωτή.

$$V_{c,rms} =$$

$$V_c =$$

6. Προσδιορίστε την περίοδο της τάσης του πυκνωτή και τη χρονική διαφορά μεταξύ των μεγίστων των δύο κυματομορφών.

$$T =$$

$$\Delta t =$$

7. Υπολογίστε τη χρονική σταθερά τ του κυκλώματος και με τους δύο τρόπους επίλυσης [με χρήση των Εξ. (B1-6α) και (B1-6β)] και καταγράψτε τις στον Πιν. B1-1. Ποιά από τις δύο τιμές θεωρείται ότι βρίσκεται πιο κοντά στη θεωρητική λύση και γιατί;

Πίνακας B1-1. Υπολογισμός σταθεράς του κυκλώματος του Σχ. B2-4.

Εξίσωση	(B1-6α)	(B1-6β)
Χρονική σταθερά κυκλώματος		

8. Υπολογίστε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.