Άσκηση 1

Το παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα, διεγείρεται από παλμοσειρά περιόδου T s. Οι παράμετροι του κυκλώματος είναι R = 10 KΩ και C = 100 μF. Το κύκλωμα αρχικά (τη χρονική στιγμή 0) δεν έχει αποθηκευμένη ενέργεια. Προσδιορίστε την έξοδο του κυκλώματος για δύο περιόδους του σήματος εισόδου όταν

(i) T = 8.0 s, και

(ii) T = 2.0 s.

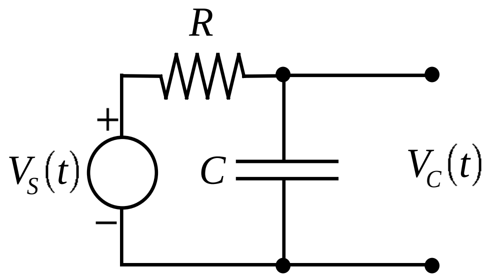
Σχολιάστε τη φύση της εξόδου για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

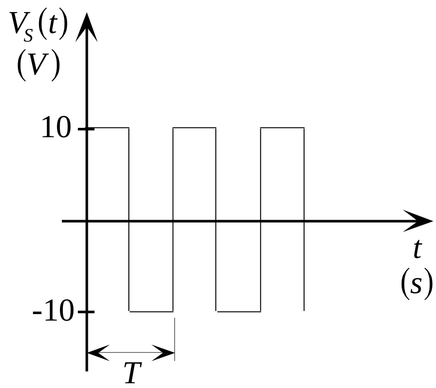
(i) T << τ,

(ii) T = 2τ, και

(iii) T >> τ

όπου τ, η σταθερά χρόνου του συστήματος.





Λύση

Η εξίσωση κατάστασης, προκύπτει άμεσα απ' τον μοναδικό βρόχο του κυκλώματος, ως:

$$V_s(t) - i_c(t)R - V_C(t) = 0 \Leftrightarrow$$

$$V_s(t) - C\frac{dV_c}{dt}R - V_C(t) = 0$$

ή τελικά

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{RC} V_C = \frac{1}{RC} V_S \qquad (1\text{-}1)$$

Η σταθερά χρόνου είναι:

$$\tau = RC = 10\,K\Omega \cdot 100\,\mu F = 1s \qquad (1\text{-}2)$$

Για 0 ≤ t ≤ T/2, έχουμε τα εξής. Η δοσμένη αρχική συνθήκη είναι:

$$V_C(0) = 0 \qquad (1\text{-}3)$$

Η ομογενής λύση είναι:

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{RC} V_C \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_C}{V_C} = -\frac{1}{RC} dt \quad \Rightarrow \quad \ln(V_C) = -\frac{t}{RC} + K_1 \quad \Rightarrow \quad V_C(t) = C_1 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Μια μερική λύση βρίσκεται μηδενίζοντας την παράγωγο στη διαφορική εξίσωση,

$$V_P = V_S = V_c(\infty)$$

όπου $V_c(\infty)$ η τελική τιμή της τάσης του πυκνωτή, στη μόνιμη κατάσταση, όταν $V_s(t)=V_s$. Οπότε η γενική λύση της (1-1) είναι:

$$V_C(t) = C_1 e^{-\frac{t}{\tau}} + V_S \qquad (1\text{-}4)$$

Η σταθερά ολοκλήρωσης C_1, βρίσκεται απ' την (1-4) χρησιμοποιώντας την αρχική συνθήκη (1-3):

$$V_C(0) = 0 \Leftrightarrow C_1 + V_S = 0 \Leftrightarrow C_1 = -V_S$$

Έτσι έχουμε

$$V_{C_1} = V_s\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \text{ για } 0 \le t \le (T/2) \qquad (1\text{-}5)$$

Για T/2 ≤ t ≤ T, έχουμε:

Αρχική συνθήκη

$$V_{C_2}(T/2) = V_{C_1}(T/2) = V_S\left(1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}\right) \qquad (1\text{-}6)$$

$$V_{C_2}(t) = C_2 e^{-\frac{t}{\tau}} - V_S$$

(όπου V_s = +10 V (σταθερά), και V_{c2}(_) = $-V_s$ = -10 (V)).

Θέτοντας t=T/2 στην παραπάνω εξίσωση και εξισώνοντάς την με την αρχική συνθήκη (1-6), προκύπτει:

$$C_2 = V_S\left(2e^{\frac{T}{2\tau}} - 1\right)$$

Χρησιμοποιώντας τη σταθερά αυτή, παίρνουμε τελικά:

$$V_{C_2}(t) = V_S\left(2e^{\frac{T-2t}{2\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right), \text{ για } (T/2) \le t \le T \tag{1-7}$$

Για T ≤ t ≤ 3T/2, έχουμε την αρχική συνθήκη

$$V_{C_3}(T) = V_{C_2}(T) = V_S\left(2e^{\frac{-T}{2\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}} - 1\right) \tag{1-8}$$

$$V_{C_3}(t) = C_3 e^{-\frac{t}{\tau}} + V_S$$

Θέτοντας t=T στην παραπάνω εξίσωση και εξισώνοντάς την με την αρχική συνθήκη (1-8), προκύπτει:

$$C_3 = V_S\left(2e^{\frac{T}{2\tau}} - 1 - 2e^{\frac{T}{\tau}}\right)$$

Χρησιμοποιώντας τη σταθερά αυτή, παίρνουμε τελικά:

§ $$V_{C_3}(t) = V_S\left(2e^{\frac{T-2t}{2\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau}} - 2e^{\frac{T-t}{\tau}} + 1\right), \text{ για } T \le t \le (3T/2) \tag{1-9}$$

Για 3T/2 ≤ t ≤ 2T, έχουμε:

Αρχική συνθήκη

$$V_{C_4}(3T/2) = V_{C_3}(3T/2) = V_S\left(2e^{\frac{-T}{\tau}} - e^{-\frac{3T}{2\tau}} - 2e^{\frac{-T}{2\tau}} + 1\right) \tag{1-10}$$

$$V_{C_4}(t) = C_1 e^{-\frac{t}{\tau}} - V_S$$

Θέτοντας t=3T/2 στην παραπάνω εξίσωση και εξισώνοντάς την με την αρχική συνθήκη (1-10), προκύπτει:

$$C_4 = V_S(2e^{\frac{T}{2\tau}} - 1 - 2e^{\frac{T}{\tau}} + 2e^{\frac{3T}{2\tau}})$$

Χρησιμοποιώντας τη σταθερά αυτή, παίρνουμε τελικά:

$$V_{C_4}(t) = V_S\left(2e^{\frac{T-2t}{2\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau}} - 2e^{\frac{T-t}{\tau}} + 2e^{\frac{3T-2t}{2\tau}} - 1\right), \text{ για } (3T/2) \le t \le 2T \tag{1-11}$$

Οι αρχικές συνθήκες για T = 8 s και για T = 2 s, είναι:

$$V_{C_1}(T/2) = \begin{cases} V_{C_1}(4) = 10\left(1 - e^{-4}\right) = 9.82V, & (T = 8.0\text{ s}) \\ V_{C_1}(1) = 10\left(1 - e^{-1}\right) = 6.32V, & (T = 2.0\text{ s}) \end{cases}$$

$$V_{C_2}(T) = \begin{cases} V_{C_2}(8) = 10\left(2e^{-4} - e^{-8} - 1\right) = -9.64V, & (T = 8.0 \text{ s}) \\ V_{C_2}(2) = 10\left(2e^{-1} - e^{-2} - 1\right) = -4.00V, & (T = 2.0 \text{ s}) \end{cases}$$

$$V_{C_3}(3T/2) = \begin{cases} V_{C_3}(12) = 10\left(2e^{-8} - e^{-12} - 2e^{-4} + 1\right) = 9.64V, & (T = 8.0 \text{ s}) \\ V_{C_3}(3) = 10\left(2e^{-2} - e^{-3} - 2e^{-1} + 1\right) = 4.85V, & (T = 2.0 \text{ s}) \end{cases}$$

Η έξοδος $\mathbf{V_c(t)}$, για τις δύο πρώτες περιόδους είναι:

0 ≤ t ≤ T/2

$$V_C(t) = 10\left(1 - e^{-t}\right), \text{ για T=8 s και T=2 s}$$

T/2 ≤ t ≤ T

$$V_{C_2}(t) = 10\left(2e^{4-t} - e^{-t} - 1\right), \text{ για T=8 s}$$

$$V_{C_2}(t) = 10\left(2e^{1-t} - e^{-t} - 1\right), \text{ για T=2 s}$$

T ≤ t ≤ 3T/2

$$V_{C_3}(t) = 10\left(2e^{4-t} - e^{-t} - 2e^{8-t} + 1\right), \text{ για T=8 s}$$

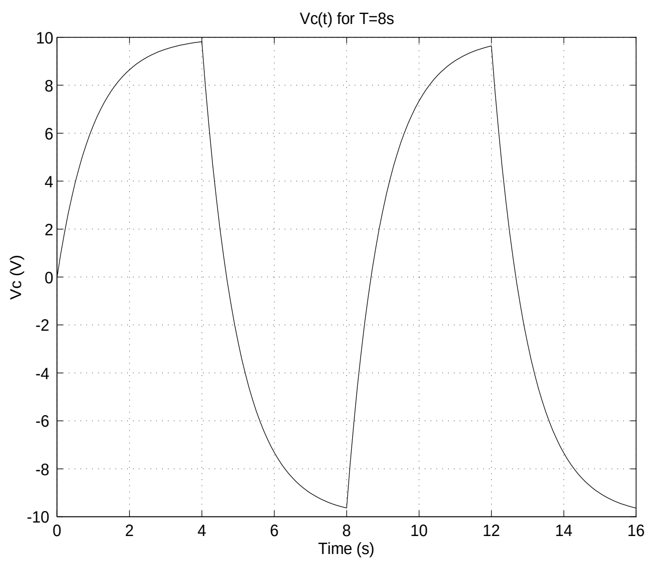
$$V_{C_3}(t) = 10\left(2e^{1-t} - e^{-t} - 2e^{2-t} + 1\right), \text{ για T=2 s}$$

3T/2 ≤ t ≤ 2T

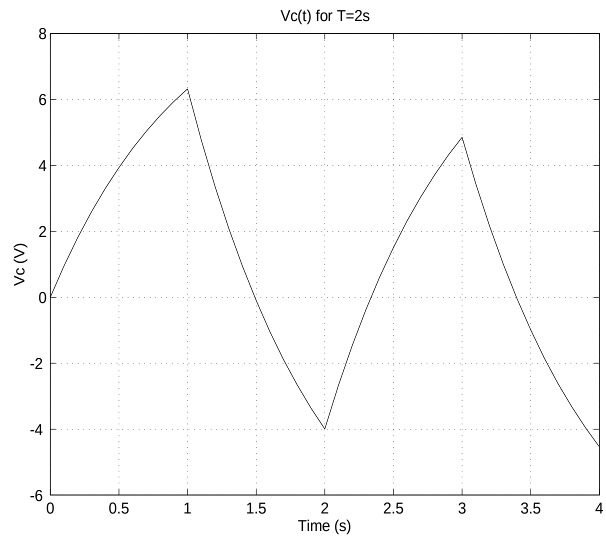
$$V_{C_4}(t) = 10\left(2e^{4-t} - e^{-t} - 2e^{8-t} + 2e^{12-t} - 1\right), \text{ για T=8 s}$$

$$V_{C_4}(t) = 10\left(2e^{1-t} - e^{-t} - 2e^{2-t} + 2e^{3-t} - 1\right), \text{ για T=2 s}$$

Για T=8 s, το διάγραμμα της εξόδου είναι:



και για T=2 s:



<u>(i) Τ<<τ</u>: Η τάση του πυκνωτή δεν προλαβαίνει να φτάσει την τιμή V_s=10 (V) στην πρώτη ημιπερίοδο, ούτε την τιμή -V_s=-10 (V) κατά την δεύτερη ημιπερίοδο. Σε κάθε επόμενη ημιπερίοδο, η αρχική του τάση είναι αυτή που έχει διαμορφωθεί κατά την προηγούμενη. Το φαινόμενο αυτό δεν είναι περιοδικό. Γίνεται όμως περιοδικό για t > 4τ. Σ' αυτή την κατάσταση ισορροπίας, η αρχική τάση του πυκνωτή σε κάθε κύκλο θα είναι η ίδια.

Θα μελετήσουμε την περίπτωση αυτή προκειμένου να εκτιμήσουμε τη διακύμανση της τάσης στον πυκνωτή. Έστω λοιπόν ότι κάποια **χρονική στιγμή πτώσης του παλμού** (χρονική στιγμή 0), η τάση του πυκνωτή είναι $\mathbf{V_c}$ (θετική σταθερά, υπό προσδιορισμό).

Η απόκριση του δοσμένου κυκλώματος, μπορεί να γραφεί γενικά ως εξής:

$$V_c(t) = \{ V_c(0) - V_c(\_) \} e^{-t/\tau} + V_c(\_)$$

ή

$$V_c(t) = V_c(0) + \{ V_c(\_) - V_c(0) \} (1 - e^{-t/\tau}) \qquad (1\text{-}12)$$

Για $\mathbf{0 \le t \le t_1}$, (όπου **t το χρονικό διάστημα** απ' την υπό συζήτηση χρονική στιγμή[1] και $t_1 = T/2$), είναι:

$V_s(t) = -V_s = -10$ (V), και από τη (1-12) έχουμε

$$V_c(t) = V_c + (-V_s - V_c)(1 - e^{-t/\tau}) \qquad (1\text{-}13)$$

δηλ. η $V_c(t)$ φθίνει, ξεκινώντας από την τιμή V_c , και

$$\mathbf{V_c(t_1) =} V_c + (-V_s - V_c)(1 - e^{-T/2\tau}) \qquad (1\text{-}14)$$

(η αρχική τάση του πυκνωτή για το νέο κύκλο).

Για $\mathbf{t_1 \le t \le t_2}$, ($t_1$: χρονική στιγμή ανόδου του σήματος εισόδου, και $(t_2-t_1) = T/2$) είναι:

$V_s(t) = V_s = 10$ (V), και από τη (1-12) έχουμε

$$V_c(t) = V_c(t_1) + \{ V_s - V_c(t_1) \} (1 - e^{-(t-t_1)/\tau}) \qquad (1\text{-}15)$$

δηλ. η $V_c(t)$ αυξάνει, ξεκινώντας από την τιμή $V_c(t_1)$. Είναι όμως (από υπόθεση)

[1] Ουσιαστικά πρόκειται για χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί σε αρνητική ημιπερίοδο του σήματος εισόδου

$$V_c(t_2) = V_c \tag{1-16}$$

Από (1-15) και (1-16):

$$V_c = V_c(t_1) + \{ V_s - V_c(t_1) \} (1 - e^{-T/2\tau}) \tag{1-17}$$

Από (1-14) και (1-17), με απαλοιφή της $V_c(t_1)$, προκύπτει η άγνωστη V_c :

$$V_C = V_S \frac{1-e^{-T/2\tau}}{1+e^{-T/2\tau}} \tag{1-18}$$

Από (1-14) και (1-18), προκύπτει η $V_c(t_1)$ τη στιγμή της ανόδου του παλμού εισόδου:

$$V(t_1) = -V_S \frac{1-e^{-T/2\tau}}{1+e^{-T/2\tau}} = -V_C \tag{1-19}$$

Δηλαδή στη μόνιμη κατάσταση, η τάση εξόδου είναι πριονωτή, και κυμαίνεται από $-V_c$ έως V_c.

<u>(ii) T = 2τ</u>: Μελετήθηκε παραπάνω (όπου T = 2 s = 2 τ). Η τάση του πυκνωτή (και σ' αυτή την περίπτωση) δεν αγγίζει τη μέγιστη δυνατή τιμή. Η μόνιμη κατάσταση έρχεται μετά το τέλος της δεύτερης περιόδου.

<u>(iii) T >> τ</u>: Στην περίπτωση αυτή, η τάση του πυκνωτή φθάνει στη μέγιστη δυνατή τιμή και το σύστημα έρχεται στη μόνιμη κατάσταση από την πρώτη κιόλας περίοδο.

Λύση με τη βοήθεια του Matlab

Οι επιθυμητές αποκρίσεις, μπορούν να ληφθούν χρησιμοποιώντας το SIMULINK (στο περιβάλλον του MATLAB). Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο εξισώσεων κατάστασης του συστήματος.

Το δοσμένο κύκλωμα είναι πρώτης τάξης (το μόνο στοιχείο που αποθηκεύει ενέργεια είναι ο πυκνωτής). Θεωρώντας ως (μοναδική) μεταβλητή κατάστασης (x) την τάση του πυκνωτή (V_c), η (1-1) γράφεται:

$$\dot{x} = (-1/\tau)\,x + (1/\tau)\,u$$

όπου τ η σταθερά χρόνου του συστήματος.

Θεωρώντας επίσης ως έξοδο (y) του συστήματος την κατάστασή του, η εξίσωση εξόδου, είναι:

$$y = x$$

Οπότε το γενικό μοντέλο εξισώσεων κατάστασης

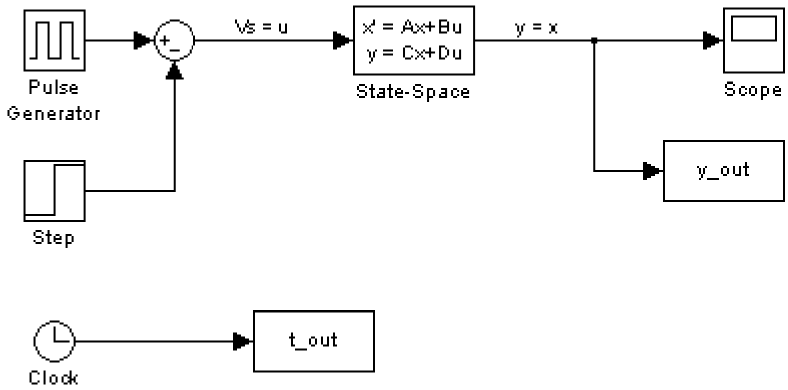
$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

όπου **x**(n x 1), **y**(p x 1), **u**(m x 1), A(n x n), B(n x m), C(p x n), D(p x m), είναι για το συγκεκριμένο κύκλωμα:

$$A = -1/\tau = -1 \ , \ B = 1/\tau = 1, \ C = 1, \ D = 0 \qquad (1\text{-}20)$$

(όλα βαθμωτά μεγέθη αφού το σύστημα είναι πρώτης τάξης με μια είσοδο και μια έξοδο).

Το αρχικό μπλοκ διάγραμμα του συστήματος όπως υλοποιήθηκε στο SIMULINK (mdl file), δίνεται παρακάτω.

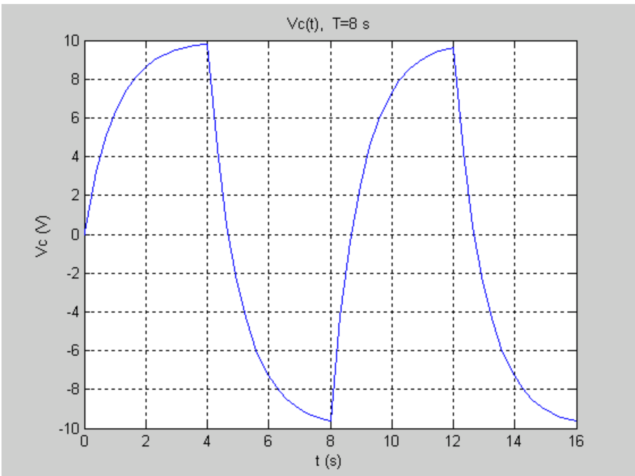


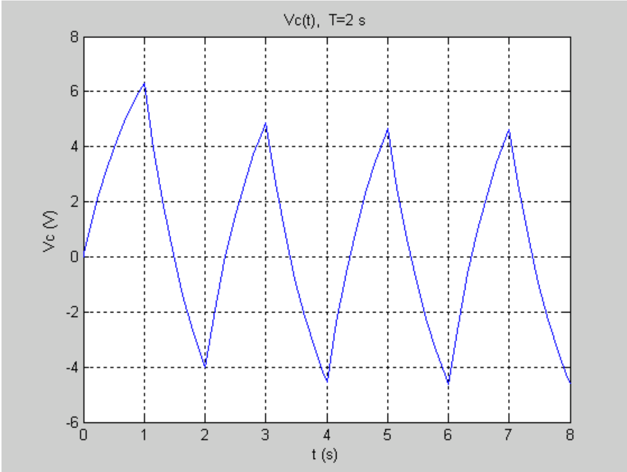
<u>Σχήμα 1</u>. Το μπλοκ διάγραμμα του κυκλώματος, όπου γίνεται χρήση του αντίστοιχου State-Space block του SIMULINK.

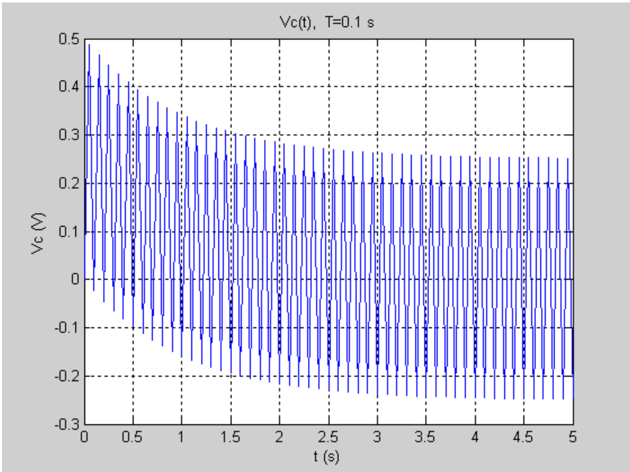
Το επιθυμητό σήμα εισόδου, προέκυψε από μια θετική παλμοσειρά (πλάτους $2V_s$, περιόδου T) μείον τη βηματική συνάρτηση (πλάτους V_s).

Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος επίλυσης ode23(), μεταβλητού βήματος. Η επιλογή γίνεται από το μενού του SIMULINK (Simulation – Simulation parameters - Solver Options).

Οι αποκρίσεις για T=8 s, T=2 s και T=0.1 s, δίνονται στα ακόλουθα διαγράμματα.

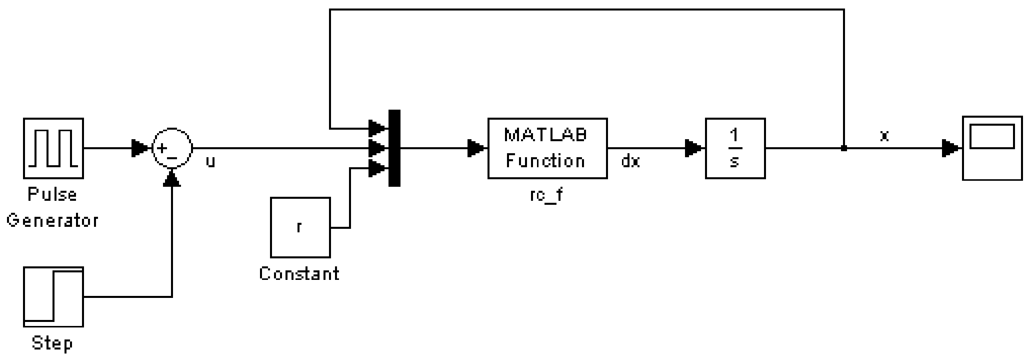






Απ΄ το τελευταίο διάγραμμα, παρατηρούμε ότι στη μόνιμη κατάσταση (για T = 0.1 s), η τάση του πυκνωτή κυμαίνεται μεταξύ –0.25 V και 0.25 V (περίπου). Οι τιμές αυτές προκύπτουν και θεωρητικά, απ' τις (1-18) και (1-19).

Στις ίδιες αποκρίσεις καταλήγουμε, απ' το ισοδύναμο μπλοκ διάγραμμα (Σχήμα 2), στο οποίο γίνεται χρήση της ορισμένης απ' τον χρήστη συνάρτησης MATLAB, rc_f().



Σχήμα 2. Το μπλοκ διάγραμμα του κυκλώματος, όπου γίνεται χρήση της συνάρτησης rc_f(). Επειδή η έξοδος της συνάρτησης είναι η παράγωγος της κατάστασης, απαιτείται επιπλέον ένας ολοκληρωτής.

Για το δοσμένο κύκλωμα, η συνάρτηση rc_f() που απαιτείται, ορίζεται μέσα στο αντίστοιχο rc_f.m αρχείο:

```
function dx = rc_f (in)
  % in=[x u r]'
  x=in(1);
  u=in(2);
  r=in(3);
  dx = (-1/r) * x + (1/r) * u;
```

Οι παραπάνω αποκρίσεις μπορούν να ληφθούν και από το ακόλουθο m-file (script file που περιέχει εντολές του MATLAB):

rc.m

```
T=8;    % period (of input signal)
r=1;    % time constant
tn=T*4;   % stop time
Vs=10;  % amplitude
dt=min(T/20, r/10);   % time step (for lsim() function)
             % initial time step (if another solver, like ode23(),
                          is used)
N=floor(tn/dt)+1;    % time samples
t=(0:dt:tn)';
u=Vs*square(2*pi*t/T); % square wave generator (w=2*pi/T)

A=[-1/r]; B=[1/r]; C=[1]; D=[0];  % state space model
sys=ss(A,B,C,D);  % a structure that can be used by other
                    functions of MATLAB
[ys,ts]=lsim(sys,u,t);  % uses the specified sample time (dt)
plot(ts,ys);
```

<u>Παρατήρηση:</u>

Η συνάρτηση lsim(), δίνει τη χρονική απόκριση του συστήματος 'sys' (με είσοδο u τη χρονική στιγμή t), **χρησιμοποιώντας το προκαθορισμένο βήμα** ολοκλήρωσης dt.

Αν το dt είναι σχετικά μεγάλο, τα σφάλματα ολοκλήρωσης συσσωρεύονται, με αποτέλεσμα μεγάλο σφάλμα στην έξοδο (ιδιαίτερα στην περίπτωση μεγάλου χρονικού διαστήματος προσομοίωσης).

Π.χ. για την περίπτωση όπου T=0.1 και t_n > 1s, η lsim() δε δίνει καλά αποτελέσματα, ακόμη και για dt = T/100. Δεδομένου ότι το χρονικό βήμα ολοκλήρωσης είναι πολύ μικρότερο της σταθεράς χρόνου του κυκλώματος (dt<<τ), τα σφάλματα οφείλονται κυρίως στο ότι η είσοδος του συστήματος θεωρείται σταθερή στο χρονικό διάστημα dt, πράγμα που στη συγκεκριμένη περίπτωση οδηγεί σε μεγάλο λάθος, αφού γενικά στο dt μπορεί να περιέχεται η στιγμή της μετάπτωσης του παλμού.

Πολλές φορές λοιπόν είναι επιθυμητό να χρησιμοποιηθεί μια μέθοδος επίλυσης **μεταβλητού βήματος** (π.χ. η ode45() ή η ode23()) η κάποια απ' τις μεθόδους για δύσκαμπτα συστήματα (π.χ. η ode23s()). (Αυτό γίνεται εύκολα μέσα απ' το SIMULINK, με την επιλογή μεθόδου επίλυσης).

Για να χρησιμοποιηθεί όμως κάποια απ' αυτές τις μεθόδους (π.χ. η ode23()), απ' τη γραμμή εντολών του MATLAB, είναι απαραίτητη μια συνάρτηση ανάλογη της rc_f(). Η κλήση τέτοιων συναρτήσεων που επιλύουν διαφορικές εξισώσεις, έχει γενικά τη μορφή:

```
[t, x] = solver ('F', tspan, x0, options, p1, p2, ...)
```

όπου

solver: η μέθοδος επίλυσης, π.χ. ode45

F: το όνομα του αρχείου (ODE file) όπου περιγράφεται το προς επίλυση σύστημα εξισώσεων, υπό τη μορφή dx/dt = F(t, x). Είναι ουσιαστικά μια συνάρτηση MATLAB των t, x με συγκεκριμένη σύνταξη (λεπτομέρειες απ΄ το MATLAB: help odefile). Η συνάρτηση αυτή καλείται άμεσα απ' τη ρουτίνα επίλυσης (solver).

tspan: Διάνυσμα που καθορίζει το χρονικό βήμα της ολοκλήρωσης [t0 tfinal]. Για να πάρουμε λύσεις σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές (κατ' αύξουσα ή φθίνουσα τάξη), μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε tspan=[t0, t1, t2, …, tfinal].

x0: Διάνυσμα αρχικών συνθηκών.

Options: Προαιρετικό όρισμα. Καθορίζει τις παραμέτρους που θα χρησιμοποιηθούν απ' τη ρουτίνα επίλυσης (π.χ. σχετικό σφάλμα, απόλυτο σφάλμα κ.λ.π.). Αν δε θέλουμε να περάσουμε τέτοιες παραμέτρους, χρησιμοποιούμε options=[ ].

p1, p2, …: Προαιρετικές παράμετροι, που θα πρέπει να περάσουν στην F (π.χ. οι σταθερές παράμετροι του συστήματος).

t, x: Πίνακας λύσεων x, όπου κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε χρόνο που επιστρέφεται στο διάνυσμα t. (Για σύστημα πρώτης τάξης, όπως στην περίπτωσή μας, το x είναι διάνυσμα).

Στο ακόλουθο m-file, γίνεται χρήση της ode23().

rc_ode.m

```
T=8;    % period (of input signal)
r=1;      % time constant
tn=T*4;   % stop time
Vs=10;    % amplitude
dt=r/4;   % initial time step
N=floor(tn/dt)+1;    % time samples
t=(0:dt:tn)';            % time vector

x=0;  % initial state
xt=zeros(N,1);  % the solution is to be saved here (memory
                  allocation)

for i=1:(N-1)
  % x: state at the beginning of this cycle
  xt(i)=x;

  % x (at the beginning of next cycle) is calculated ...
  [tr,xr] = ode23 ('rc_f_ode', [t(i) t(i+1)], x, [], Vs, T, r);
  % Vs,T --> u(t)
  % xr is the solution vector, where each row corresponds to a
  time returned in vector tr
  % tr(1)=t(i), tr(last)=t(i+1), xr(last) == x, for t=t(i+1)
  last=size(tr); last=last(1);
  x=xr(last);
end
xt(N)=x; % i==N
plot(t,xt);
```

όπου η ορισμένη απ' το χρήστη συνάρτηση 'rc_f_ode', η οποία καλείται απ΄ την ode23(), είναι:

rc_f_ode.m

```
% Called by the solver (invoked in rc_ode.m)
% ----------------------------------------------------------------
-----
function varargout = rc_f_ode (t,x,flag,Vs,T,r)

 switch flag
 case ''                    % Return dxdt = f(t,x).
  varargout{1} = f(t,x,Vs,T,r);
 otherwise
  error(['Unknown flag ''' flag '''.']);
 end

% ----------------------------------------------------------------
-----
function dxdt = f (t,x,Vs,T,r)
% State-Space Equations of the System: dxdt=f(t,x,Vs,T,r)
% x: the current state vector
% Vs,T: to calculate u(t) (input applied)
% r: model parameters (constant)
% n (system's order) could be passed as another parameter / (here
n=1)
dxdt=zeros(1,1); % memory allocation
dxdt = (-1/r) * x + (1/r) * Vs * square(2*pi*t/T);
```

Το rc_ode.m, μπορεί να γραφεί συντομότερα, αν η ode23() κληθεί με όρισμα το διάνυσμα t.

rc_ode_v.m

```
T=8;     % period (of input signal)
r=1;     % time constant
tn=T*4;   % stop time
Vs=10;    % amplitude
dt=r/4;   % initial time step
N=floor(tn/dt)+1;   % time samples
t=(0:dt:tn)';     % time vector

x=0;  % initial state

[tr,xr] = ode23 ('rc_f_ode', t, x, [], Vs, T, r);  % Vs,T --> u(t)

% xr is the solution vector, where each row corresponds to a time
returned in vector tr

plot(tr,xr);
```